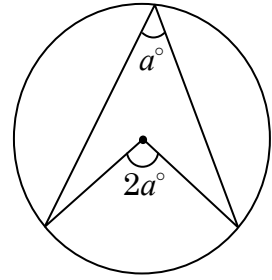


円周角

円周角と中心角

- ① ある弧の両端を通る2つの半径がつくる角を中心角という。
- ② ある弧の両端と、弧の上でない円周上の1点を結ぶ2つの弦がつくる角を円周角という。
- ③ 1つの弧に対する円周角の大きさはすべて等しく、その弧に対する中心角の半分である。



【1】円Oの円周上の1点Aから弦AB、ACを引き、点B、Cと中心Oを結んだ。このとき、 $\angle BOC = 2\angle BAC$ であること。すなわち「円周角は、その弧に対する中心角の半分である」ことを証明しなさい。

〔証明〕まず、右の図のように点Aを通る直径ADを引く。

$\triangle ABO$ において $AO = \underline{\hspace{2cm}}$ であるから

$\angle BAO = \angle \underline{\hspace{2cm}}$

従って、外角 $\angle BOD = 2\angle \underline{\hspace{2cm}}$ ……①

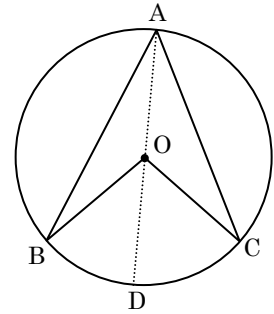
$\triangle ACO$ においても同様に

$\angle COD = 2\angle \underline{\hspace{2cm}}$ ……②

①、②より $\angle BOC = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle \underline{\hspace{2cm}}$

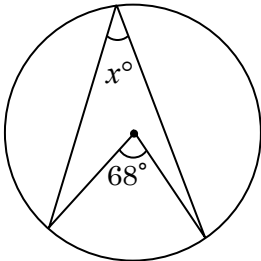
$= 2\angle \underline{\hspace{2cm}} + 2\angle \underline{\hspace{2cm}}$

$= 2\angle BAC$ である。

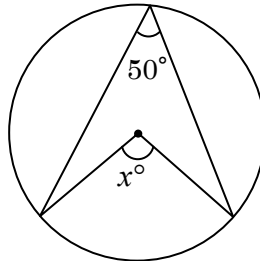


【2】次の図形の $\angle x$ を求めなさい。

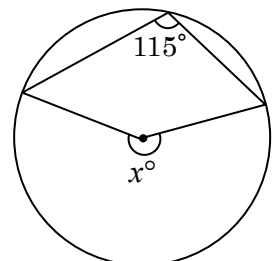
①



②



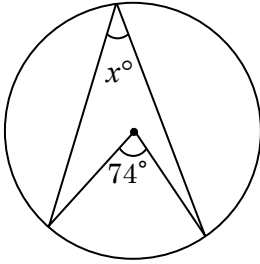
③



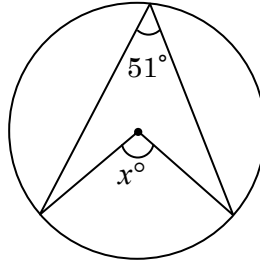
円周角

【3】 次の図形の $\angle x$ を求めなさい。

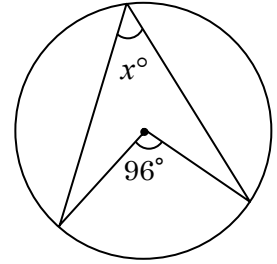
①



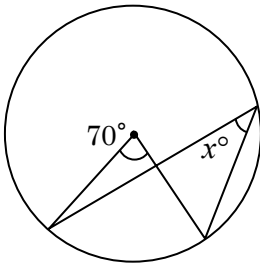
②



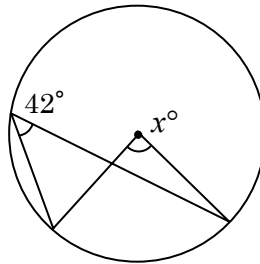
③



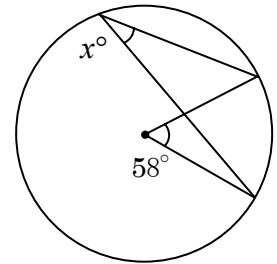
④



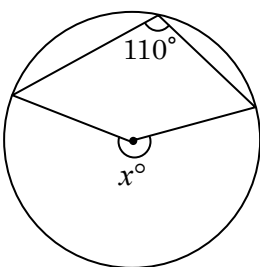
⑤



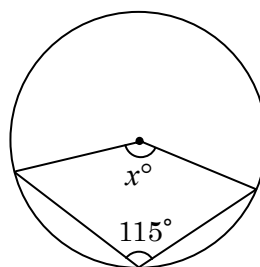
⑥



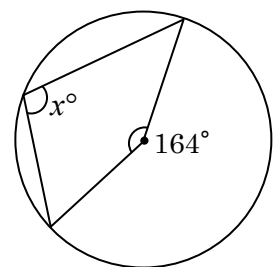
⑦



⑧



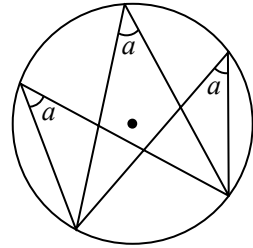
⑨



円周角

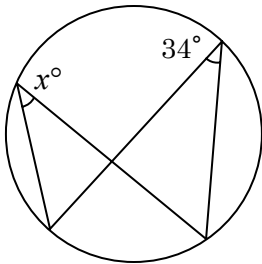
等しい弧に対する円周角

同じ弧に対する円周角は、すべて等しい。

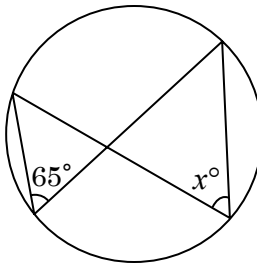


【4】 次の図形の $\angle x$ を求めなさい。

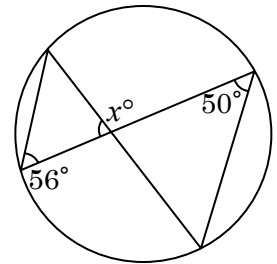
①



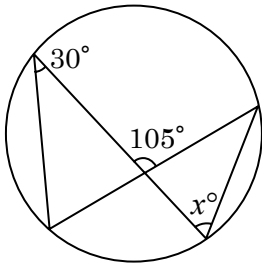
②



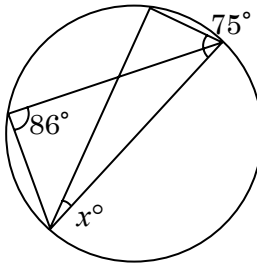
③



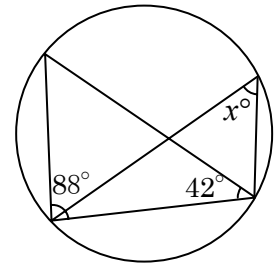
④



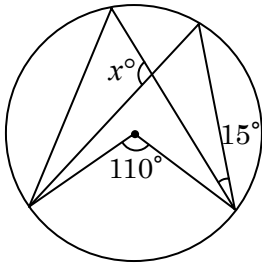
⑤



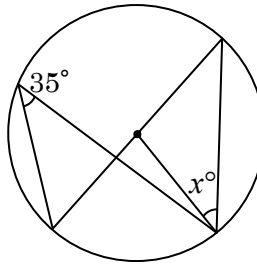
⑥



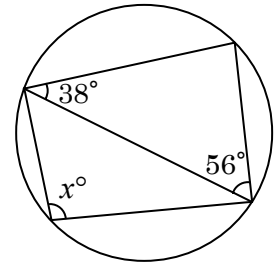
⑦



⑧



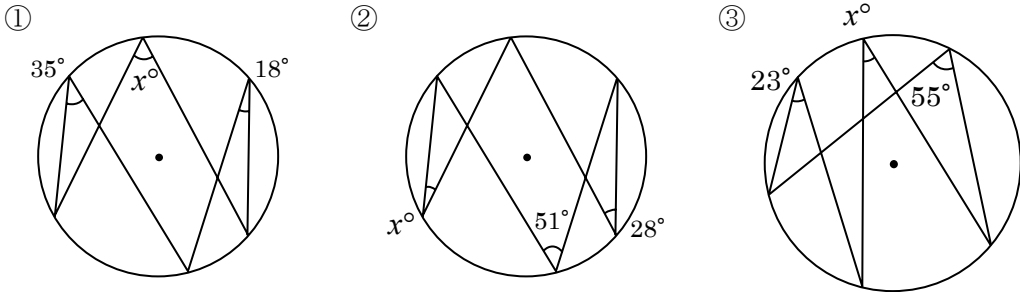
⑨



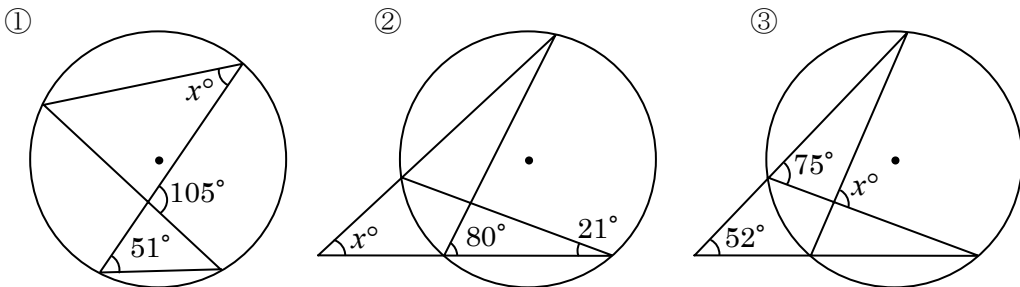
円周角

- ① 円周角や中心角が、どの弧に対する円周角や中心角かを把握する習慣をつけよう。
 ② 弦や直線が交わってできる角は三角形の内角や外角を使って効率よく求めよう。
 ③ 円周角をはさむ辺が弦ではなく半径である場合は、二等辺三角形に着目して考えよう。

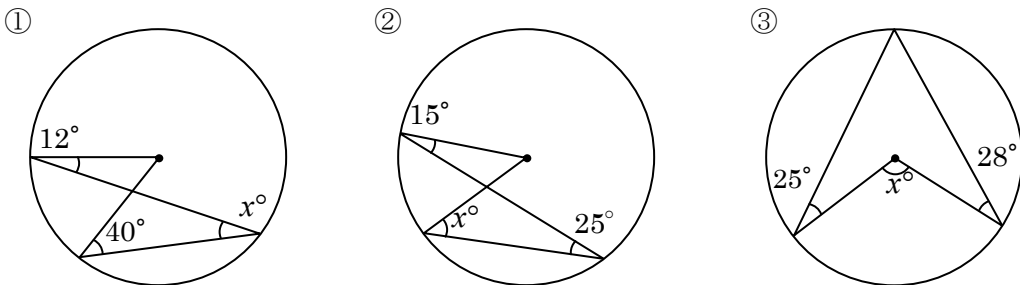
【5】 次の図形の $\angle x$ を求めなさい。



【6】 次の図形の $\angle x$ を求めなさい。



【7】 次の図形の $\angle x$ を求めなさい。



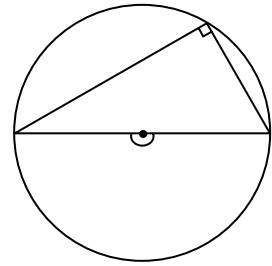
円周角

円周角と直径

半円の弧(直径)に対する円周角は90度である。

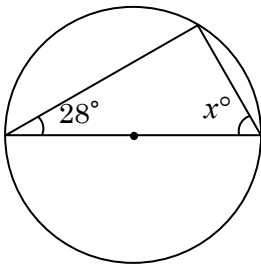
直径があれば直角三角形に着目する。

直角三角形がなければ補助線を引いてみよう。

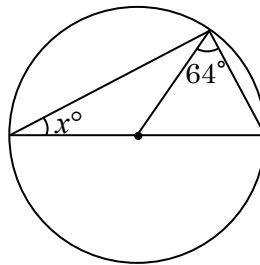


【8】 次の図形の $\angle x$ を求めなさい。

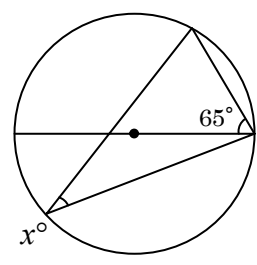
①



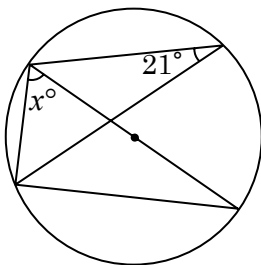
②



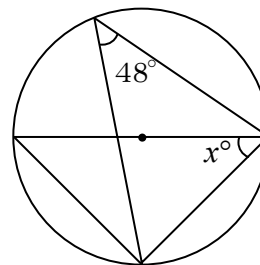
③



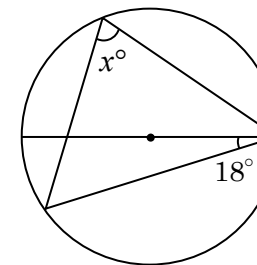
④



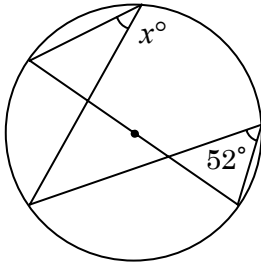
⑤



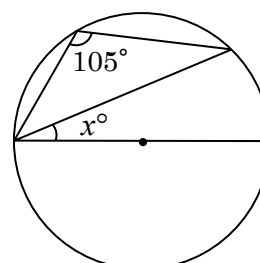
⑥



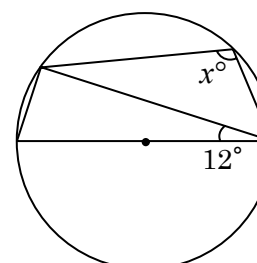
⑦



⑧



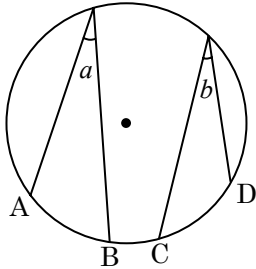
⑨



円周角

円周角と弧の長さ

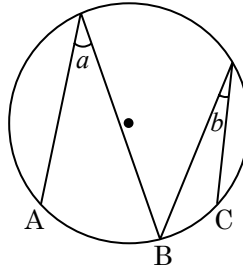
- ① 1つの円で等しい弧に対する中心角や円周角の大きさは等しい。
 ② 弧の長さ、中心角や円周角の大きさは比例する。



$$\widehat{AB} = \widehat{BC}$$

ならば

$$\angle a = \angle b$$



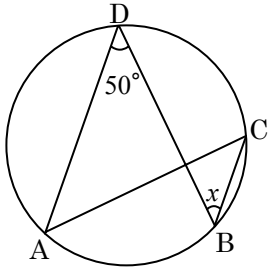
$$\widehat{AB} : \widehat{BC} = 2 : 1$$

ならば

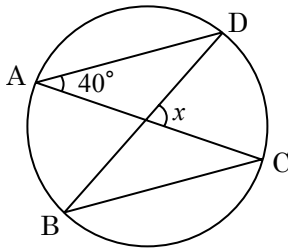
$$\angle a : \angle b = 2 : 1$$

【1】 次の図形の $\angle x$ を求めなさい。

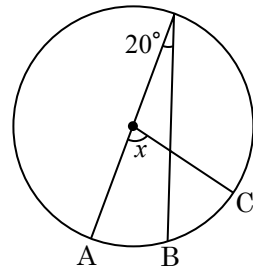
① $\widehat{AB} = \widehat{CD}$



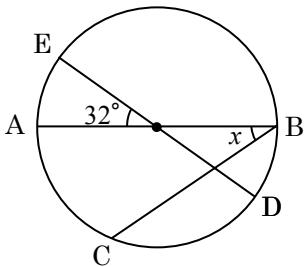
② $\widehat{AB} = \widehat{CD}$



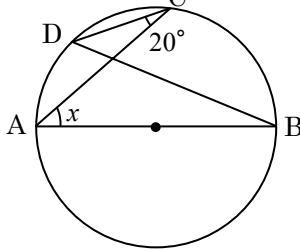
③ $\widehat{AB} = \widehat{BC}$



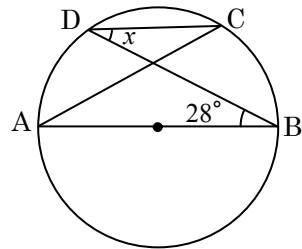
④ $\widehat{AC} = \widehat{CD}$



⑤ $\widehat{AD} = \widehat{DC}$

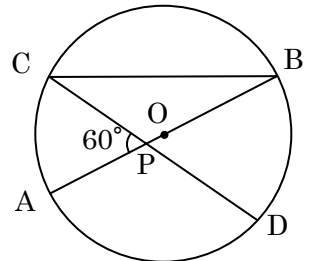


⑥ $\widehat{BC} = \widehat{CD}$



【2】 右の図のように、直径 AB と弦 CD が点 P で交わっている。
 $\angle APC = 60^\circ$ で $\widehat{AC} : \widehat{BD} = 2 : 3$ のとき、次の問いに答えなさい。

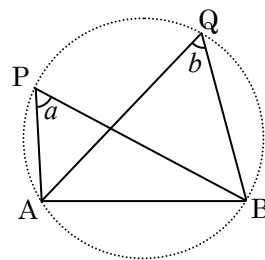
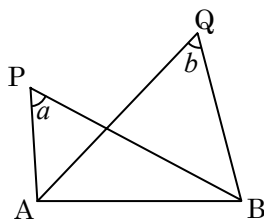
- ① $\angle ABC$ を求めなさい。
 ② $\widehat{BC} : \widehat{BD}$ を求めなさい。



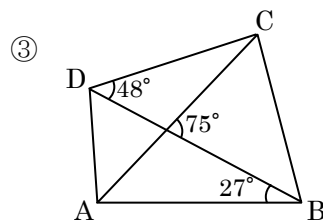
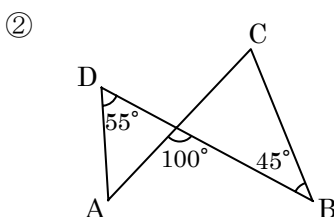
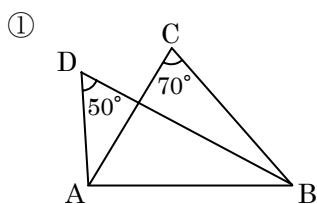
円周角

円周角の定理の逆

線分 AB の同じ側にあつて、その線分を見込む $\angle APB$ と $\angle AQB$ が等しいとき、4点 A, B, P, Q は同じ円周上にある。



【1】 次の4点 A, B, C, D が、同じ円周上にあるものはどれですか。



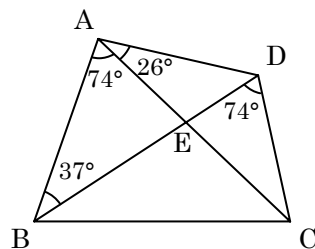
【2】 右の図について、次の問いに答えなさい。

(1) 4点 A, B, C, D は、同じ円周上にあるといえますか。

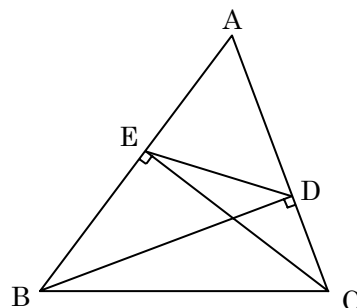
(2) 次の角の大きさを求めなさい。

① $\angle EBC$

② $\angle ACB$



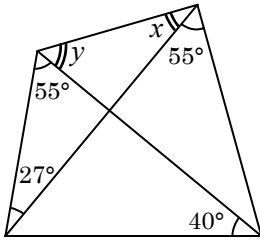
【3】 右の図の $\triangle ABC$ の頂点 B, C から辺 AC, AB に、それぞれ垂線 BD, CE を引く。このとき、 $\angle DEC = \angle DBC$ であることを証明しなさい。



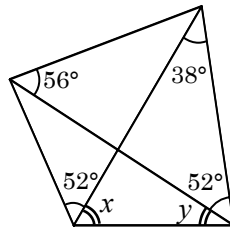
円周角

【4】下の図について、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

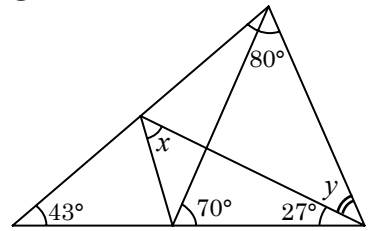
①



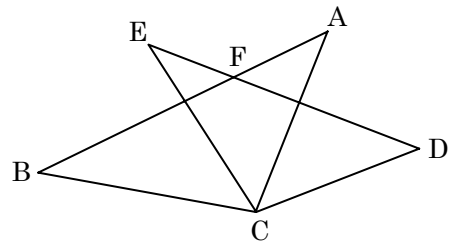
②



③

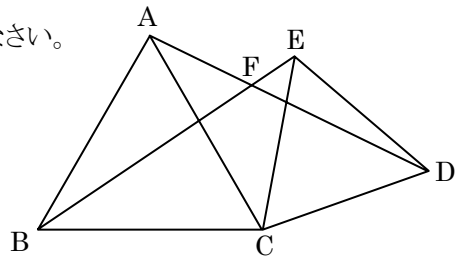


【5】右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ であり、辺 AB 、 DE の交点を F とするとき、6つの点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F のうち、同じ円周上にある4つの点の組をすべて答えなさい。



【6】右の図で $\triangle ABC$ 、 $\triangle CDE$ はともに正三角形です。線分 AD 、 BE の交点を F とするとき、次の問いに答えなさい。

① 4点 A 、 B 、 C 、 F は1つの円周上にあることを証明しなさい。



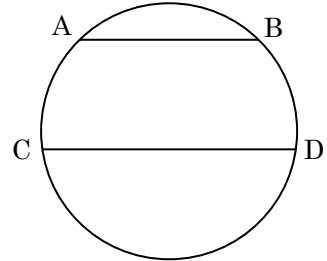
② $\angle BFD$ の大きさはいくらかですか。

円周角

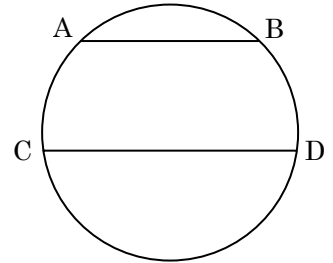
円周角と証明〔1〕

【例題】 右の図で、 $AB \parallel CD$ である。このとき、 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ であることを次のように証明した。
下線部に語句や記号を記入し証明を完成しなさい。

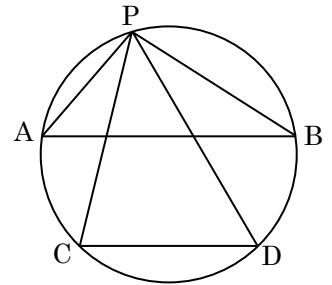
〔証明〕 まず、線分 BC を引く
 仮定より $AB \parallel$ _____ なので
 $\angle ABC = \angle$ _____ (_____)
 円周角が等しいので $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ である



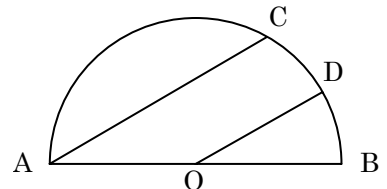
【1】 右の図で、 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ であるとき、 $AB \parallel CD$ であることを証明しなさい。



【2】 右の図で、弦 AB と弦 CD が平行であるとき
 $\angle APC = \angle BPD$ であることを証明しなさい。



【3】 右の図は AB が直径で O を中心とする半円である。
 円周上に点 C 点 D をとり、弦 AC と半径 OD が平行
 になるようにする。このとき、 $\widehat{CD} = \widehat{DB}$ であることを証
 明しなさい。



円周角

円周角と証明〔2〕

【例題】右の図で、 $AB=DC$ である。このとき、 $AE=DE$ であることを次のように証明した。
下線部に語句や記号を記入し証明を完成しなさい。

〔証明〕 $\triangle ABE$ と \triangle _____ において

仮定より $AB =$ _____ ……①

\widehat{BC} に対する円周角だから

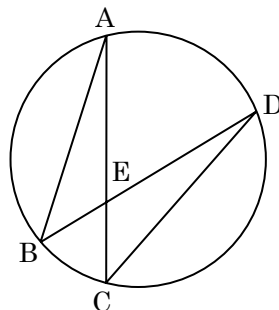
$\angle BAE = \angle$ _____ ……②

\widehat{AD} に対する円周角だから

$\angle ABE = \angle$ _____ ……③

①、②、③より _____ がそれぞれ等しいので

$\triangle ABE \equiv \triangle$ _____ よって、 $AE=DE$ である。



【4】右の図で、 $\angle BAD = \angle CAD$ である。このとき、 $\triangle BDC$ が二等辺三角形であることを、次のように証明した。下線部に語句や記号を記入し証明を完成しなさい。

〔証明〕 仮定より $\angle BAD = \angle$ _____ ……①

\widehat{BD} に対する円周角だから

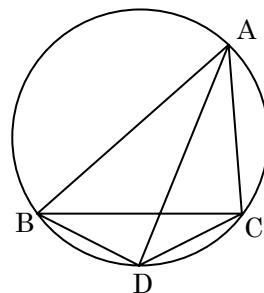
$\angle BAD = \angle$ _____ ……②

\widehat{CD} に対する円周角だから

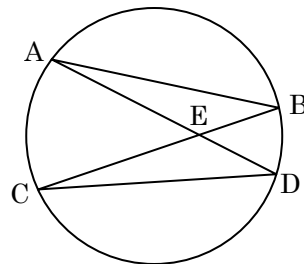
$\angle CAD = \angle$ _____ ……③

①、②、③より _____ が等しいので

$\triangle BDC$ は $BD =$ _____ の二等辺三角形である。



【5】右の図で、 $AB=CD$ である。このとき、 $BE=DE$ であることを証明しなさい。



円周角

- 【6】 右の図で、点 C を通る接線と直径 AB の延長との交点を D とする。このとき $\angle ACO = \angle BCD$ であることを次のように証明した。下線部に語句や記号を記入し証明を完成しなさい。

〔証明〕 半円の弧に対する_____だから

$$\angle \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ \dots\dots \textcircled{1}$$

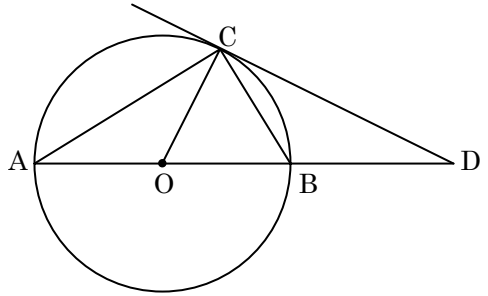
また、CD は円 O に対する接線だから

$$\angle \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ \dots\dots \textcircled{2}$$

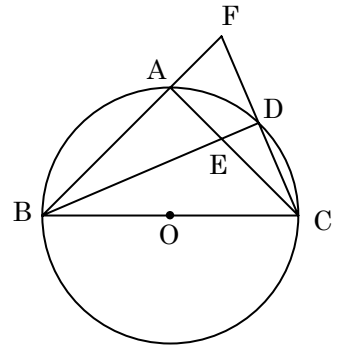
よって $\angle ACO = 90^\circ - \angle \underline{\hspace{2cm}}$

$$\angle BCD = 90^\circ - \angle \underline{\hspace{2cm}}$$

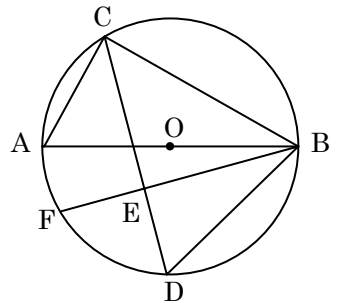
従って $\angle ACO = \angle BCD$ である。



- 【7】 右の図で $AB = AC$ 、BC は円の直径である。このとき $AE = AF$ であることを証明しなさい。



- 【8】 右の図のように、円 O の円周上に、点 A、B、C、D があり、AB は円の直径である。また、点 B を通り、CD に垂直な直線を引き、CD との交点を E、円周との交点を F とする。このとき $\angle ABC = \angle DBF$ であることを証明しなさい。



円周角

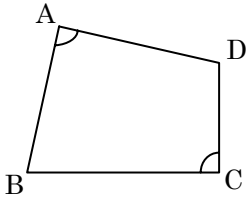
円に内接する四角形 [参考]

〔円に内接する四角形の性質〕

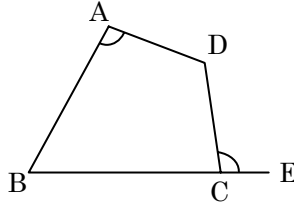
- ① 円に内接する四角形では、向かい合う内角の和は 180° である。
- ② 円に内接する四角形の 1 つの内角は、それに向かい合う内角の外角に等しい。

〔四角形が円に内接する条件〕

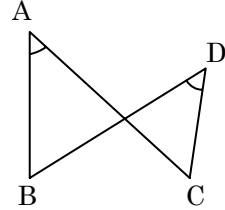
下のいずれかの条件が成り立てば、4 点 A、B、C、D は、同一円周上にある。



① $\angle A + \angle C = 180^\circ$



② $\angle A = \angle DCE$



③ $\angle A = \angle D$

【1】 円に内接する四角形 ABCD において、 $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ であることを、次のように証明した。下線部に語句や記号を記入し証明を完成しなさい。

〔証明〕 右の図のように対角線 AC、BD を引く

\widehat{AB} に対する円周角だから

$\angle ADB = \angle$ _____

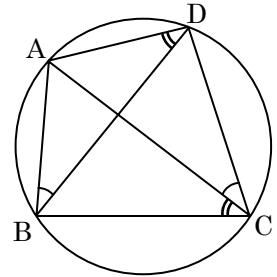
\widehat{AD} に対する円周角だから

$\angle ABD = \angle$ _____

$\triangle ABD$ の内角の和から

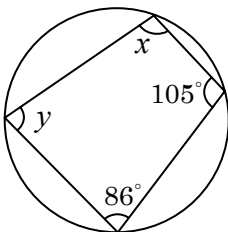
$\angle BAD + \angle ADB + \angle ABD = 180^\circ$

また、 $\angle ADB + \angle ABD = \angle BCD$ よって、 $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ である。

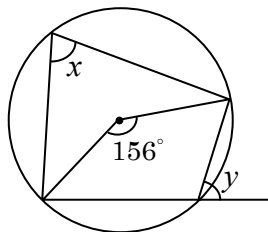


【2】 下の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めなさい。

①



②



③

