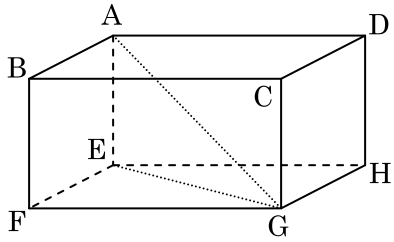
三平方の定理と立体

直方体や立方体の対角線

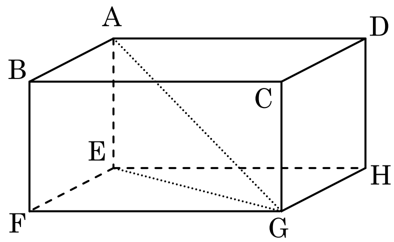
【例】 右の直方体 ABCD-EFGH は AB=6cm、BF=4cm、FG=8cm である。この直方体について次の問いに答えなさい。



① 直角三角形 EFG に着目して、底面 EFGH の対角線 EG の長さを求めなさい。

② 直角三角形 AEG に着目して、直方体 ABCD-EFGH の対角線 AG の長さを求めなさい。

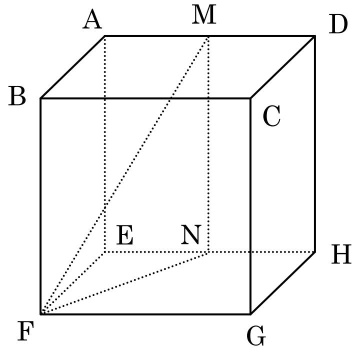
【1】右の直方体 ABCD−EFGH は AB=4cm、BF=4cm、FG=7cm である。この直方体について次の問いに答えなさい。



① 直角三角形 EFG に着目して、底面 EFGH の対角線 EG の長さを求めなさい。

② 直角三角形 AEG に着目して、直方体 ABCD-EFGH の対角線 AG の長さを求めなさい。

【2】右の図は1辺 6cm の立方体です。次の問いに答えなさい。



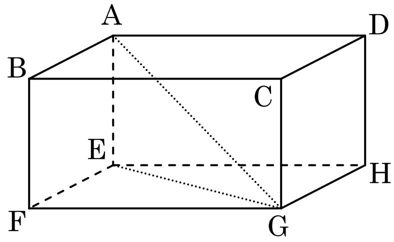
① 辺 EH の中点を N とするとき、FN の長さを求めなさい。

② 辺 AD の中点を M とするとき、MF の長さを求めなさい。

三平方の定理と立体

直方体や立方体の対角線

【例】　直方体 AB、BF、FG の長さをそれぞれ a , b , c とするとき、対角線 AG の長さを求めなさい。

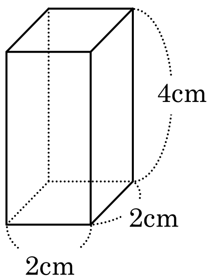


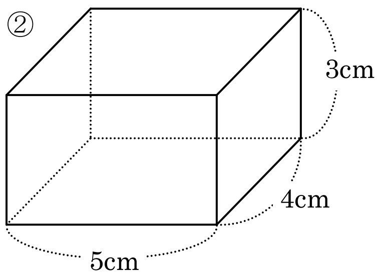
① 直角三角形 EFG に着目して、底面 EFGH の対角線 EG の長さを求めなさい。

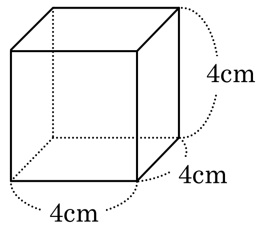
② 直角三角形 AEG に着目して、直方体 ABCD-EFGH の対角線 AG の長さを求めなさい。

縦、横、高さがそれぞれ a , b , c である直方体の対角線の長さは $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$
また、1辺が a である立方体の対角線の長さは $\sqrt{3}\,a$ である。

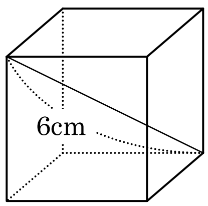
【3】下の直方体や立方体の対角線の長さを求めなさい。

①


②


③


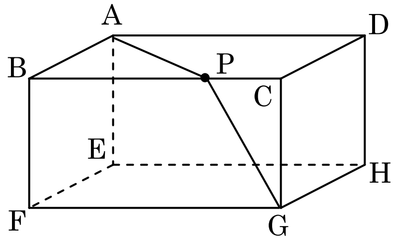
【4】対角線の長さが 6cm である立方体の 1 辺の長さを求めなさい。

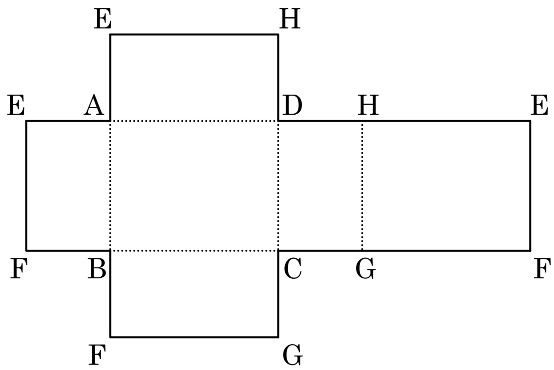


三平方の定理と立体

表面を通る折れ線

【例】下の直方体 ABCD-EFGH は AB=6cm、BF=4cm、FG=8cm である。この直方体について次の問いに答えなさい。

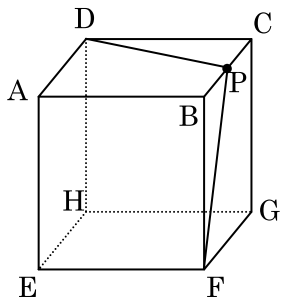




① 辺 BC 上に点 P をとり、直方体の表面に、点 P と頂点 A および頂点 G を結ぶ折れ線 APG を引くとき、APG の最小の長さを求めなさい。

② ①のとき、BP の長さを求めなさい。

【1】下の図のような1辺 5cm の立方体 ABCD−EFGH がある。頂点 D から、辺 BC 上の点 P を通り、頂点 F まで直線を引くとき、次の問いに答えなさい。



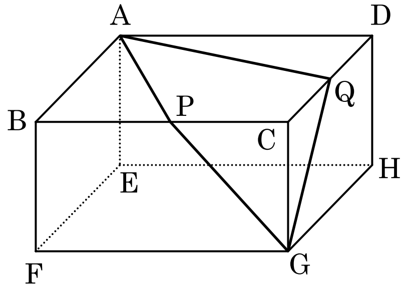
① 切り口の三角形 AFC の面積を求めなさい。

② 頂点 B を含む立体の体積を求めなさい。

③ 頂点 B から、三角形 AFC に下ろした垂線の長さを求めなさい。

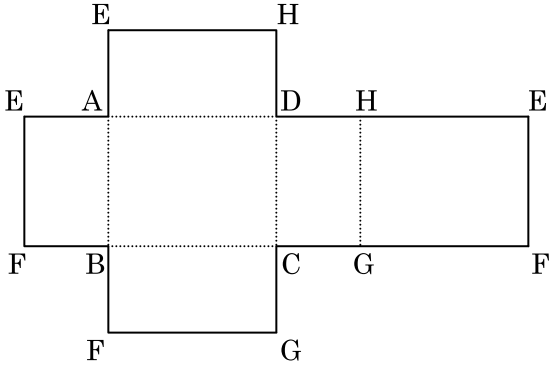
三平方の定理と立体

【2】右の直方体 ABCD−EFGH は AB=5cm、BF=4cm、FG=8cm である。辺 BC 上の点 P、辺 CD 上に点 Q を通って頂点 A から頂点 G まで、ひもをかけた。次の問いに答えなさい。

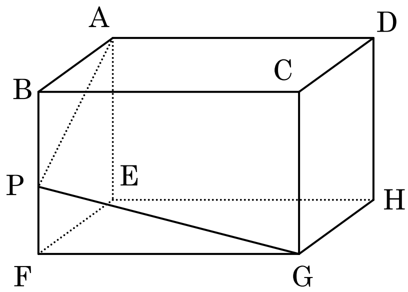


① 下の直方体の展開図上に、それぞれのひもが最も短くなるときの線分 AP−PG、AQ−QG を書き入れなさい。

② 線分 AP−PG、AQ−QG の長さを、それぞれ求めなさい。



【3】下の直方体 ABCD−EFGH は AB=6cm、BF=9cm、FG=12cm である。この直方体について次の問いに答えなさい。



① 直方体の対角線 AG の長さを求めなさい。

② 頂点 A から辺 BF 上の点 P を通り、頂点 G までひもをかけるとき、その最短距離を求めなさい。

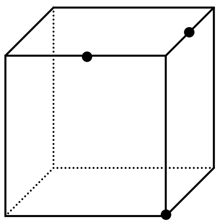
③ ②のとき、BP の長さを求めなさい。

三平方の定理と立体

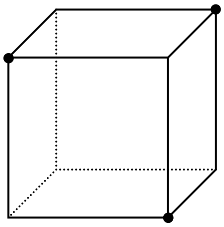
立方体の断面

【例題】 立方体の頂点や各辺の中点など、下の図の●で示した3点を通る平面で立方体を切断したとき、切断面は下ののようなものがある。切り口を図に記入しなさい。

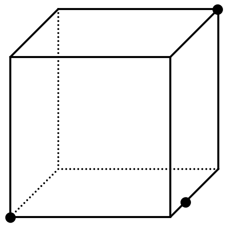
① 二等辺三角形



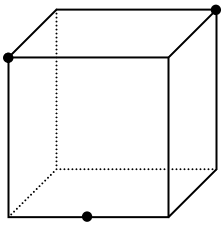
② 正三角形



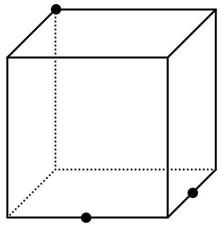
③ 平行四辺形



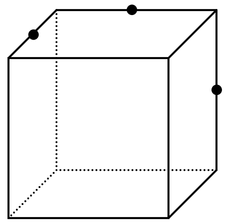
④ 等脚台形



⑤ 五角形

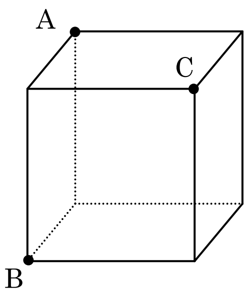


⑥ 正六角形

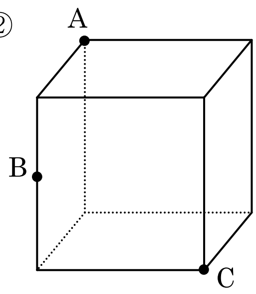


【1】 立方体を、それぞれ下のような3点 A、B、C を通る平面で切るとき、その切り口はどんな図形になりますか。3点はそれぞれ立方体の頂点あるいは各辺の中点にあたります。

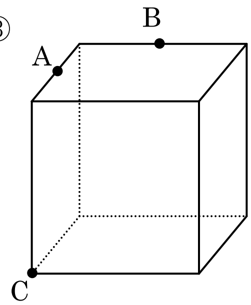
①



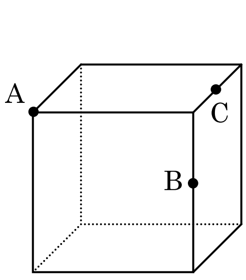
②



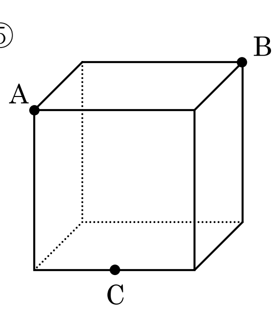
③



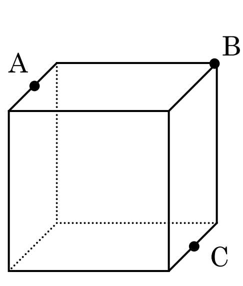
④



⑤



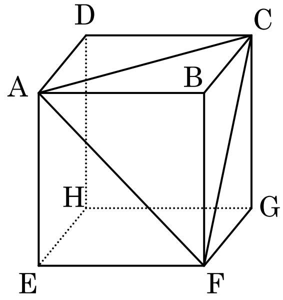
⑥



三平方の定理と立体

直方体や立方体の断面

【例題】下の図のような1辺 12cm の立方体 ABCD−EFGH がある。頂点 A、C、F を通る平面で立方体を切断する。

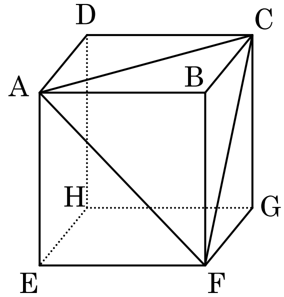


① 三角錐 B−AFC の体積を求めなさい。

② 三角形 AFC の面積を求めなさい。

③ 頂点 B から、三角形 AFC に下ろした垂線の長さを求めなさい。

【2】下の図のような1辺 6cm の立方体 ABCD−EFGH がある。頂点 A、C、F を通る平面で立方体を切断するとき、次の問いに答えなさい。



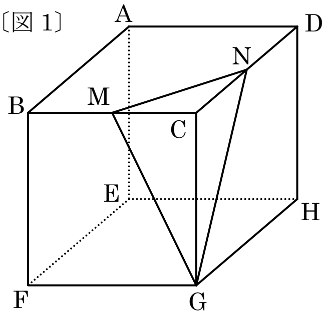
① 切り口の三角形 AFC の面積を求めなさい。

② 頂点 B を含む立体の体積を求めなさい。

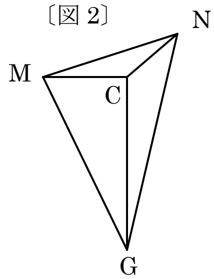
③ 頂点 B から、三角形 AFC に下ろした垂線の長さを求めなさい。

【3】下の〔図 1〕のような 1 辺 6cm の立方体がある。この立方体の辺 BC の中点 M、辺 CD の中点 N、頂点 G の3点を通る平面で切断したとき、頂点 C を含む立体〔図 2〕の体積を求めなさい。また、〔図 3〕の展開図を参考にして表面積を求めなさい。

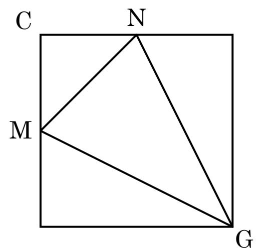
〔図 1〕



〔図 2〕

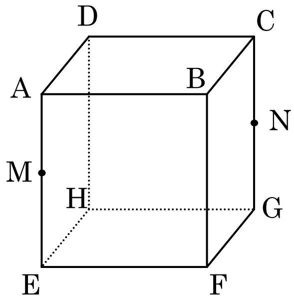


〔図 3〕



三平方の定理と立体

【4】1辺が 8cm の立方体 ABCD-EFGH の辺 AE、CG の中点を M、N とする。この立方体を、3点 D、M、N を通る平面で切るとき、次の問いに答えなさい。

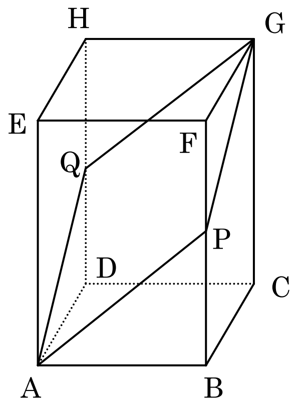


① 切り口は何という図形になりますか。

② 立方体の対角線 DF の長さを求めなさい。

③ 切り口の面積を求めなさい。

【5】右の直方体 ABCD−EFGH は AB=BC=4cm、CG=7cm である。この直方体について次の問いに答えなさい。

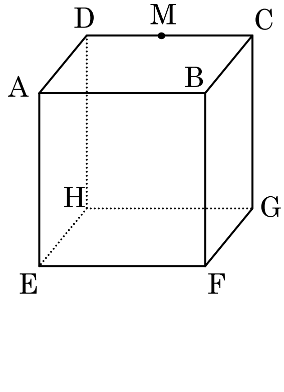


① 直方体の対角線 AG の長さを求めなさい。

② 頂点 A、G および辺 BF の中点 P、辺 DH の中点 Q を通る平面 APGQ で直方体を切ったところ、切り口はひし形になりました。PQ の長さを求めなさい。

③ 切り口であるひし形 APGQ の面積を求めなさい。

【6】1辺が 12cm の立方体を頂点 E、G および辺 CD の中点 M を通る平面で切るとき、その切り口の面積を求めなさい。



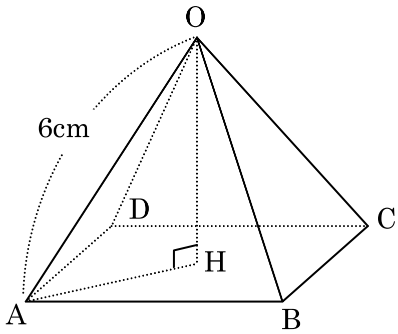
三平方の定理と立体

四角錐の体積・表面積

【例題】 右の図は、側面が1辺 6cm の正三角形で囲まれた正四角錐である。次の問いに答えなさい。

① 正四角錐の体積を求めなさい。

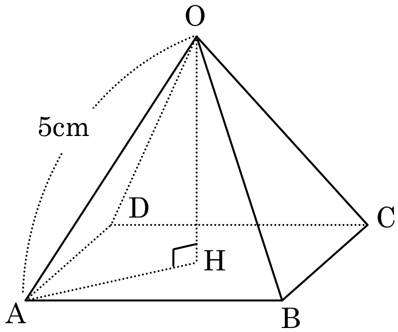
② 正四角錐の表面積を求めなさい。



【1】底面が 1 辺 6cm の正方形と OA＝OB＝OC＝OD＝5cm の二等辺三角形4枚を組み合わせて、右の図のような正四角錐を作った。次の問いに答えなさい。

① 正四角錐の体積を求めなさい。

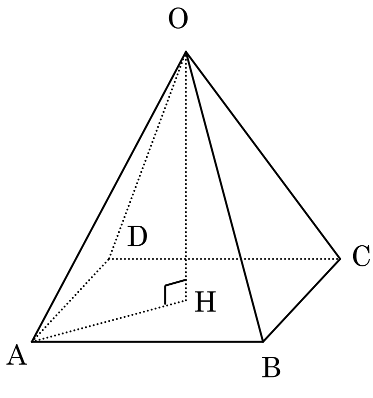
② 正四角錐の表面積を求めなさい。



【2】底面が 1 辺 6cm の正方形と OA＝OB＝OC＝OD＝10cm の二等辺三角形を組み合わせて、右の図のような正四角錐を作った。次の問いに答えなさい。

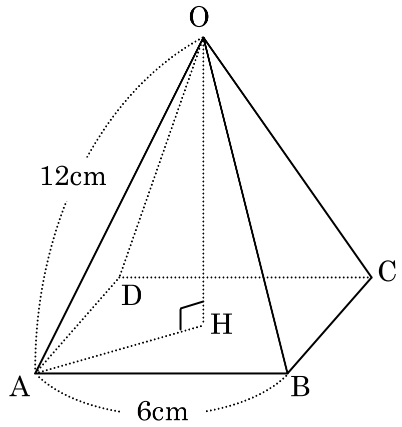
① 正四角錐の体積を求めなさい。

② 正四角錐の側面積を求めなさい。



三平方の定理と立体

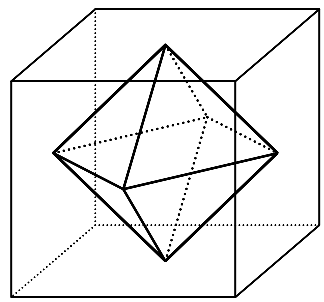
【2】右の図は、底面が1辺 6cm の正方形で、OA＝OB＝OC＝OD＝12cm の正四角錐である。次の問いに答えなさい。



① 正四角錐の体積を求めなさい。

② 正四角錐の表面積を求めなさい。

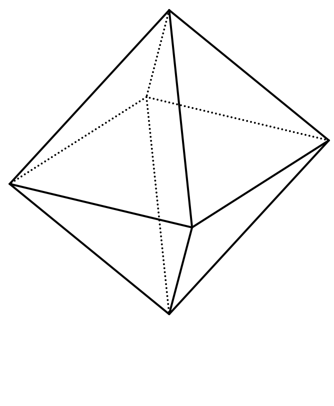
【3】1辺の長さが 6cm の立方体の各面の対角線の交点を結んでできる正八面体について、次の問いに答えなさい。



① この正八面体の体積を求めなさい。

② この正八面体の表面積を求めなさい。

【4】右の図は、1辺 6cm の正三角形で囲まれている正八面体である。次の問いに答えなさい。



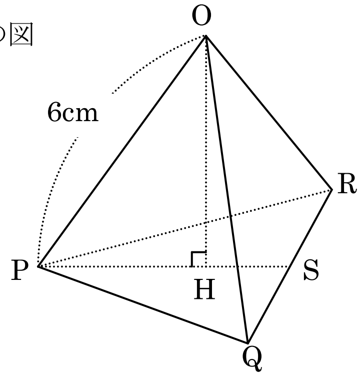
① 正八面体の表面積を求めなさい。

② 正八面体の体積を求めなさい。

三平方の定理と立体

三角錐の体積･表面積〔発展〕

【例題】 1辺の長さが6cmの正三角形を組み合わせて、右の図のような正四面体を作った。次の問いに答えなさい。

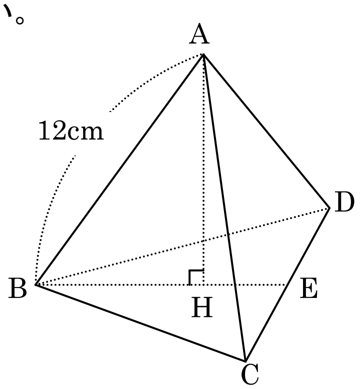


① 正三角錐の高さOHを求めなさい。

② 正三角錐の体積を求めなさい。

③ 正三角錐の表面積を求めなさい。

【5】 1辺の長さが12cmの正四面体ABCDがある。頂点Aから底面BCDに垂線AHを引くと、点Hは△BCDの重心になる。次の問いに答えなさい。

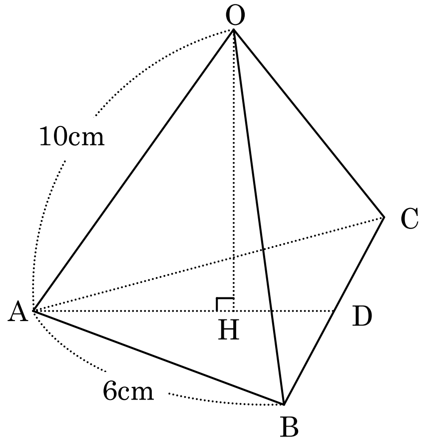


① 正四面体ABCDの表面積を求めなさい。

② 正 四面体ABCDの高さAHを求めなさい。

③ 正四面体ABCDの体積を求めなさい。

【6】 底面が1辺6cmの正三角形で、OA＝OB＝OC＝10cmの正三角錐O－ABCがある。次の問いに答えなさい。



① 正四角錐O－ABCの高さOHを求めなさい。

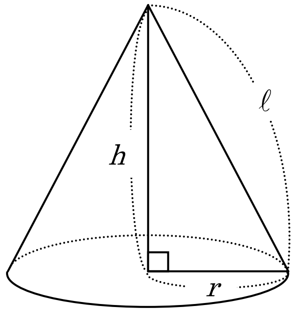
② 正四角錐O－ABCの体積を求めなさい。

③ 正四角錐O－ABCの表面積を求めなさい。

三平方の定理と立体

円錐の体積・表面積

円錐の底面の半径を r、母線の長さを ℓ 、高さを h とするとき $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ である。



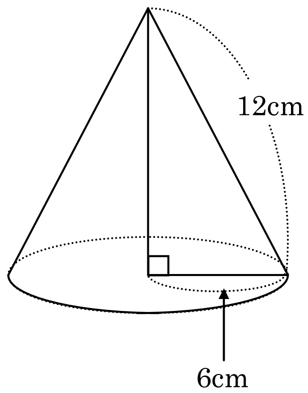
円錐の体積　$\boxed{V = \frac{1}{3}\pi r^2 h}$

また、展開図について

側面積　$\boxed{S = \pi r \ell}$　表面積　$\boxed{S = \pi r (r + \ell)}$

側面の扇形の中心角　$\boxed{a = 360 \times \frac{r}{l}}$

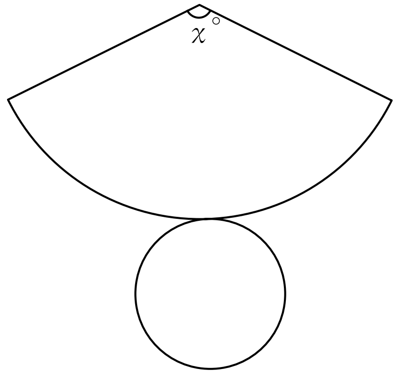
【1】右の円錐とその展開図について、次の問に答えなさい。



① 高さを求めなさい。

② 体積を求めなさい。

③ 頂点を通り、底面に垂直な平面で切ったときの切り口の面積を求めなさい。

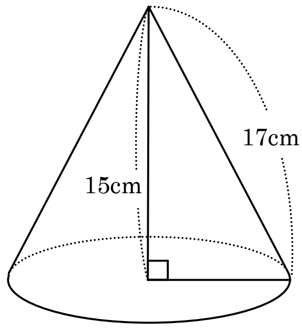


④ 側面の扇形の中心角を求めなさい。

⑤ 側面積を求めなさい。

三平方の定理と立体

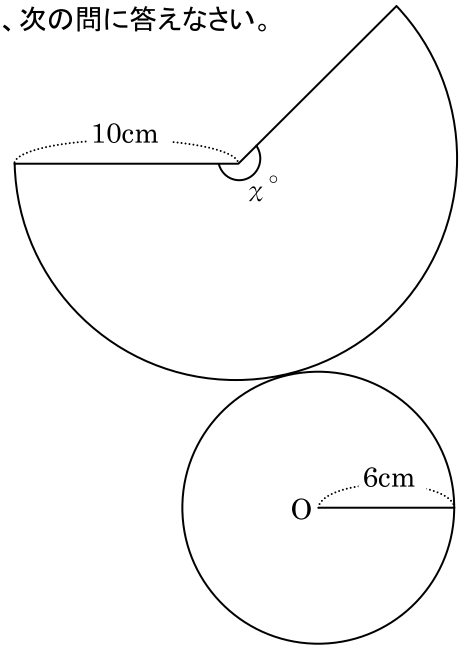
【2】右の円錐について、次の問に答えなさい。



① 底面の半径を求めなさい。

② 体積を求めなさい。

【3】右の図はある円錐の展開図である。これについて、次の問に答えなさい。



① 円錐の高さを求めなさい。

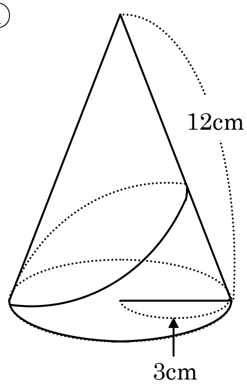
② 体積を求めなさい。

③ 側面の扇形の中心角を求めなさい。

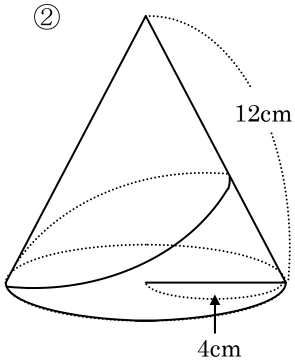
④ 表面積を求めなさい。

【4】母線の長さが 12cm の2つの円錐がある。図のように、底面の円周上の 1 点から側面を通って 1 周するとき、その最短の長さをそれぞれ求めなさい。

①



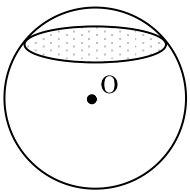
②



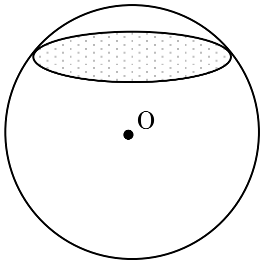
三平方の定理と立体

円錐と球〔1〕

【例題】半径 6cm の球を1つの平面で切断した球の中心 O と切断した面との距離が 4cm であるとき切断した切り口の面積を求めなさい。



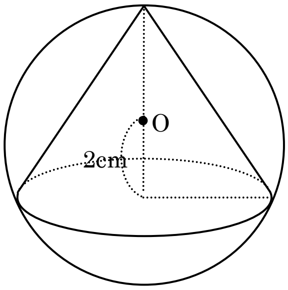
【1】右の図は、半径 10cm の球を1つの平面で切断したものである。



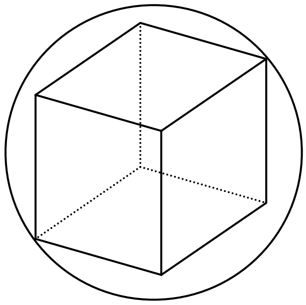
① 球の中心 O と切断した面との距離が 6cm であるとき切断した切り口の面積を求めなさい。

② 切断した切り口の面積が $25\pi\,\text{cm}^2$ であるとき、球の中心 O と切断した面との距離を求めなさい。

【2】右のように、半径が 5cm の球の内側に円錐が内接している。円錐の底面と、球の中心 O との距離は 2cm である。このとき、円錐の体積を求めなさい。



【3】右の図のように、半径 3cm の球があり、その内側に立方体があり、8 個の頂点がすべて球に接している。このとき立方体の1辺の長さを求めなさい。



【4】平らな粘土の上から鉄球を落とし、粘土の表面がへこんだ跡を調べたところ、へこんでできた円の半径は 8cm、穴の深さは 4cm であった。この鉄球の半径を求めなさい。

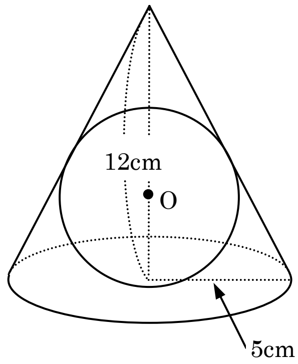
三平方の定理と立体

円錐と球〔2〕

【例題】 右のように、底面の半径が 5cm、高さが 12cm の円錐に、球 O が内接している。

① 円錐の母線の長さを求めなさい。

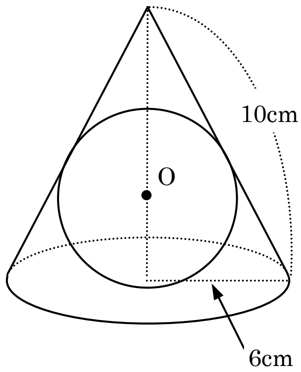
② 球 O の半径を求めなさい。



【5】 右のように、底面の半径が 6cm、母線の長さが 10cm の円錐に、球 O が内接している。

① 円錐の高さを求めなさい。

② 球 O の半径を求めなさい。



【6】 右の図は、底面が1辺 8cm の正方形で AB=AC=AD=AE= $4\sqrt{10}$ cm の正四角錐である。この円錐に球が内接しているとき、次の問いに答えなさい。

① 正四角錐の高さを求めなさい。

② 球の半径を求めなさい。