一次関数の発展問題

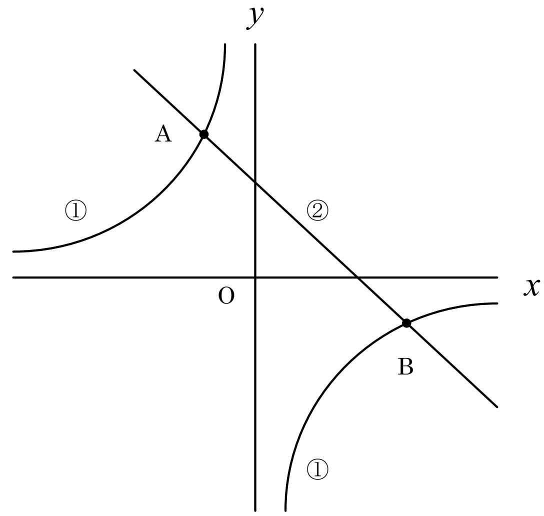
一次関数と反比例のグラフ

【例題】右の図のような双曲線　$y=-\dfrac{a}{x}\cdots$①　と直線　$y=-2x+6\cdots$②　が、２点A、Bで交わっている。点Aの x 座標が -2 であるとき、次の問に答えなさい。

① 点Aの座標を求めなさい。

② 比例定数 a を求めなさい。

③ 点Bの座標を求めなさい。



【1】　y が x に反比例し、$x=4$ のとき $y=-6$ である。

① y を x の式で表しなさい。

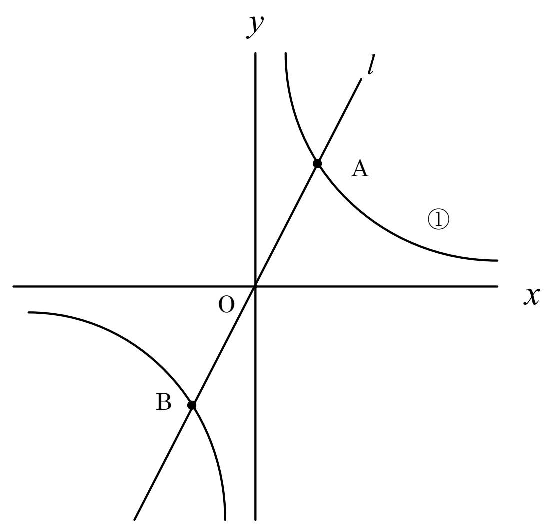
② $x=-2$ のとき y の値を求めなさい。

③ 反比例のグラフ上で、x 座標と y 座標がともに整数となる点は何個ありますか。

【2】　右の図のように双曲線と直線 $y=3x$ が、２点A、Bで交わっている。点Aの x 座標は 2 である。これについて次の問に答えなさい。

① 点A,Bの座標をそれぞれ求めなさい。

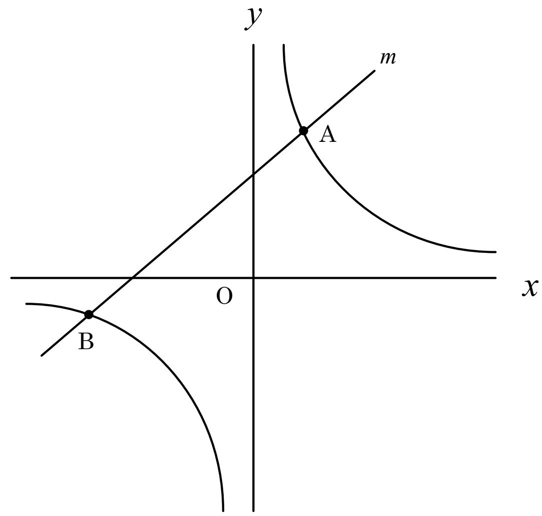
② 双曲線の式を求めなさい。



一次関数の発展問題

【3】 右の図のように双曲線 $y=\dfrac{12}{x}$ …① と直線 $y=ax+b$ …② が、2点 A、B で交わっている。A、B の x 座標をそれぞれ 2，-6 とする。これについて次の問に答えなさい。

① 点 A, B の座標をそれぞれ求めなさい。

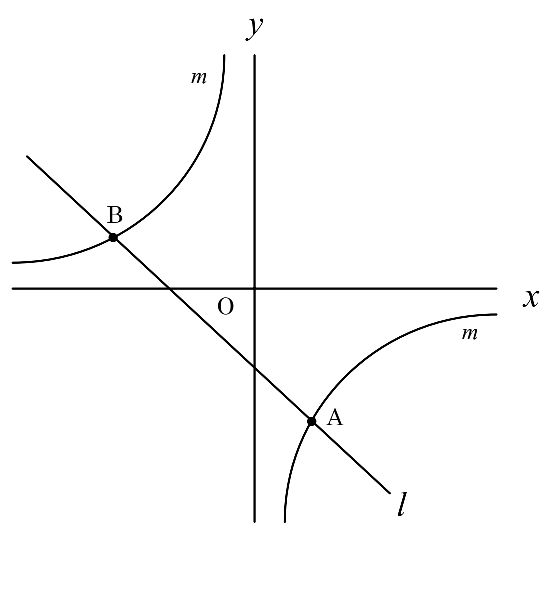


② 直線 m の式を求めなさい。

③ 双曲線上で、x 座標と y 座標がともに整数となる点は何個ありますか。

【4】 右の図のような双曲線 $y=-\dfrac{a}{x}$ … m と直線 $y=-x-2$ … l が、2点 A、B で交わっている。点 A の x 座標が 3 であるとき、次の問に答えなさい。

① 点 A の座標を求めなさい。



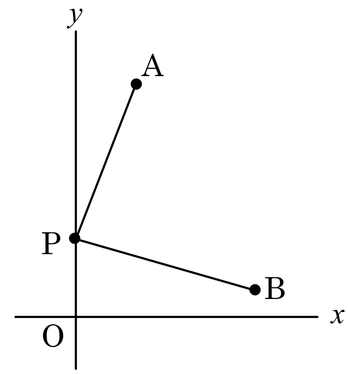
② 比例定数 a を求めなさい。

③ 点 B の座標を求めなさい。

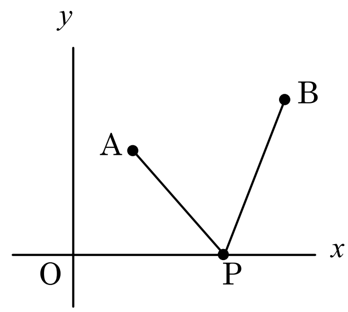
一次関数の発展問題

最短距離を考える

【例題】右の図のように2点 A(2, 9)、B(1, 6)があり、y 軸上の点 P とそれぞれ結ぶ。AP+PB が最も短くなるとき、P の座標を求めなさい。

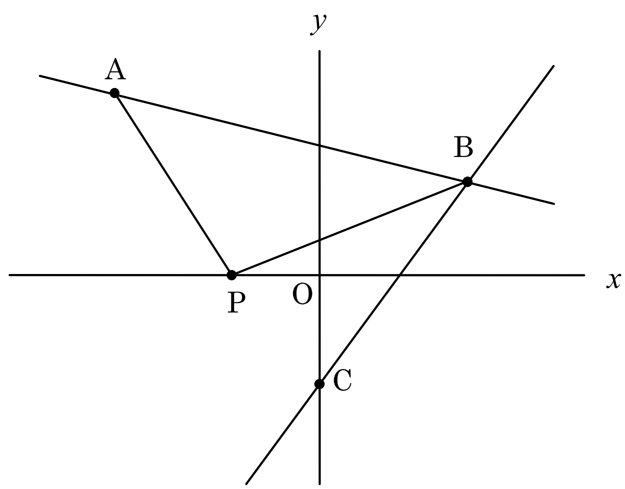


【1】右の図のように2点 A(2, 9)、B(1, 6)があり、x 軸上の点 P とそれぞれ結ぶ。AP+PB が最も短くなるとき、P の座標を求めなさい。



【2】下の図のように、点 A(−4 , 3) 、と点 B(2 , 1) があります。また点 C は y 軸上の点、点 P は x 軸上の点とします。ただし、直線 BC の傾きは正とします。これについて、次の問いに答えなさい。

① 2 点 A、B を通る直線の式を求めなさい。



② AB＝BC となるときの点 C の座標を求めなさい。

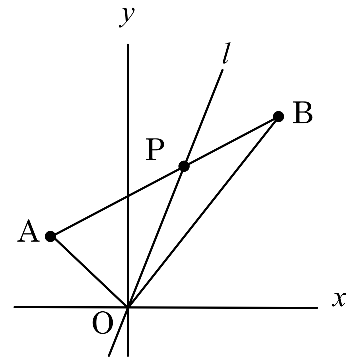
③ AP＋PB の長さが最も短くなるときの点 P の座標を求めなさい。

一次関数の発展問題

線分を分ける点の座標

線分を $m:n$ に分ける点の座標は、その比を x 軸、y 軸座標上に移して求めることができる。

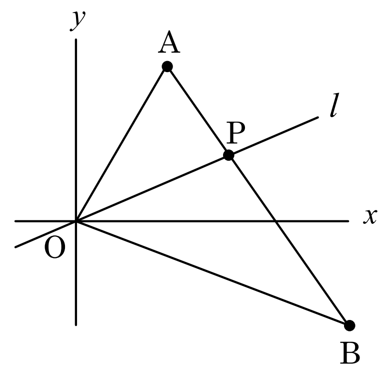
【例題】右の図のように原点 O、A(-2, 3)、B(4, 6)を頂点とする△OAB があり、原点を通る直線 l と辺 AB の交点をPとする。△OAP:△OPB＝2:1 となるとき、直線 l の式を求めなさい。



【1】右の図のように原点 O、A(3, 6)、B(9, -3)を頂点とする△AOB があり、原点を通る直線 l と辺 AB の交点を P とする。次の問いに答えなさい。

① 直線 l が△AOB を2等分するとき、点 P の座標を求めなさい。

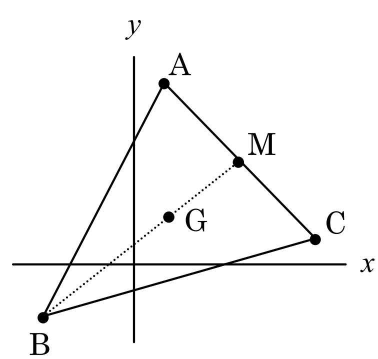
② △AOP:△BOP＝1:2 となるとき、直線 l の式を求めなさい。



【2】右の図のように、3点 A(1, 7)、B(-4, -2)、C(9, 1)を頂点とする△ABC があります。次の問いに答えなさい。

① 辺 AC の中点 M の座標を求めなさい。

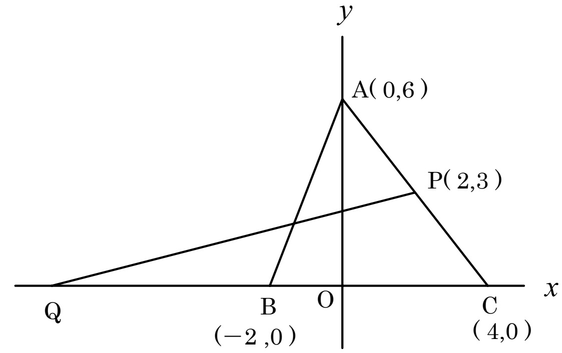
② 線分 BM を 2:1 に分ける点 G の座標を求めなさい。



一次関数の発展問題

等積変形〔1〕…面積が求められる場合

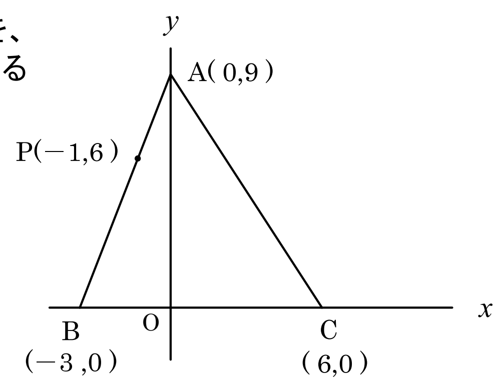
【例題】右の図のように3点 A(0,6)、B(－2,0)、C(4,0)を頂点とする△ABC がある。次の問いに答えなさい。



① △ABC の面積を求めなさい。

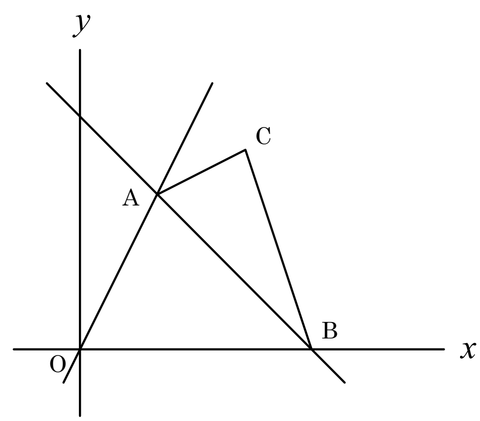
② 辺 AC 上に点 P(0,6)を、x 軸上に点 Q をとり、△ABC＝△PQC とするとき、点 Q の座標を求めなさい。

【1】右の図のような△ABC の辺 AB 上に点 P(－1,6)を、x 軸上の正側に点 Q をとり、△ABC＝△PBQ となるようにしたい。点 Q の座標を求めなさい。



等積変形〔2〕…面積を求めにくい場合

【例題】下の図のように関数 $y=-x+6$ のグラフが関数 $y=2x$ のグラフと点 A で交わり、x 軸と点 B で交わっている。原点を O、座標(4, 5)の点を C としたとき、次の問に答えなさい。

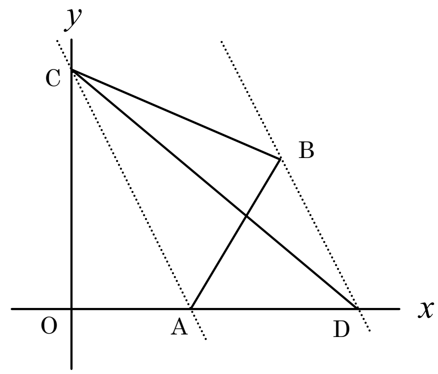


① 点 A、B の座標を求めなさい。

② x 軸上に点 P をとり、四角形 AOBC と△AOP の面積が等しくなるようにしたい。点 P の座標を求めなさい。ただし、点 P の x 座標は正であるものとする。

一次関数の発展問題

【2】下の図のように4点 O(0, 0)、A(4, 0)、B(7, 6)、C(0, 8)を頂点とする四角形 ABCD がある。これについて次の問に答えなさい。

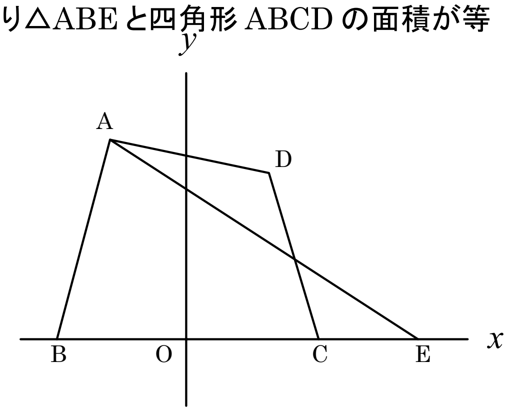


① 直線 AC の式を求めなさい。

② 点 B を通り、直線 AC に平行な直線の式を求めなさい。

③ x 軸上に点 D をとり、四角形 OABC と△ODC の面積が等しくなるようにしたい。点 D の座標を求めなさい。

【3】図のように4点 A(－2, 5)、B(－3, 0)、C(3, 0)、D(2, 4)を頂点とする四角形 ABCD がある。下の図のように x 軸上に点 E を点 C の右にとり△ABE と四角形 ABCD の面積が等しくなるようにするとき、次の問に答えなさい。



① 直線 AC の式を求めなさい。

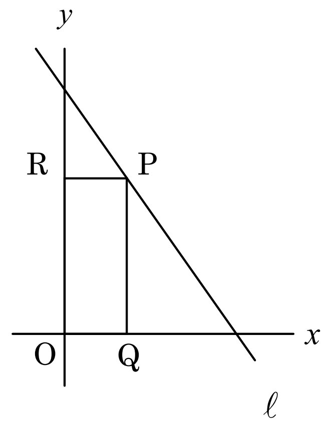
② 直線 DE の式と点 E の座標を求めなさい。

③ 点 A を通り、四角形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

一次関数の発展問題

座標や長さを文字式で表す

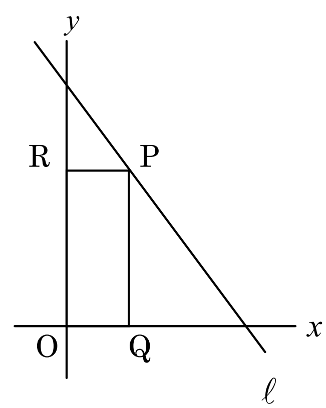
【例題】右の図で、直線 ℓ は $y=-2x+12$ のグラフである。直線 ℓ 上の点 P から x 軸、y 軸に垂線を下し、長方形 PROQ を図のようにつくった。



① Q の x 座標を a とするとき、点 P の座標を a を用いて表しなさい。

② 長方形 PROQ が正方形となるとき、a の値を求めなさい。

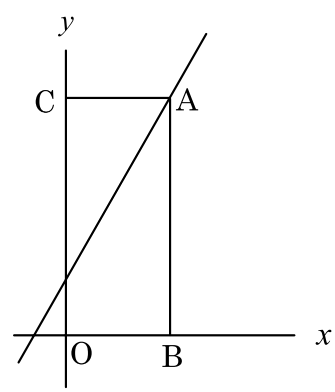
【1】右の図で、直線 ℓ は $y=-\dfrac{3}{2}x+15$ のグラフである。ℓ 上の点 P から x 軸、y 軸に垂線を下し、長方形 PROQ を図のようにつくった。



① Q の x 座標を a とするとき、点 P の座標を a を用いて表しなさい。

② 長方形 PROQ が正方形となるとき、a の値を求めなさい。

【2】右の図のように $y=2x+1$ 上の点 A から、x 軸、y 軸に垂線 AB,AC を引く。

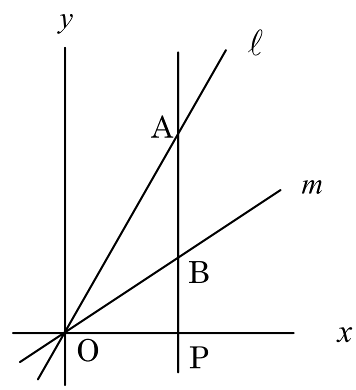


① 点 A の x 座標を a とするとき、AB の長さを a を用いて表しなさい。

② 長方形 ACOB の周囲の長さが 20 のとき、点 A の座標を求めなさい。

一次関数の発展問題

【3】 右の図で、直線 ℓ は $y=2x$ の、直線 m は $y=\frac{1}{2}x$ グラフである。x 軸上の点 P を通り、y 軸に平行な直線と、直線 ℓ、m との交点をそれぞれ A,B とする。

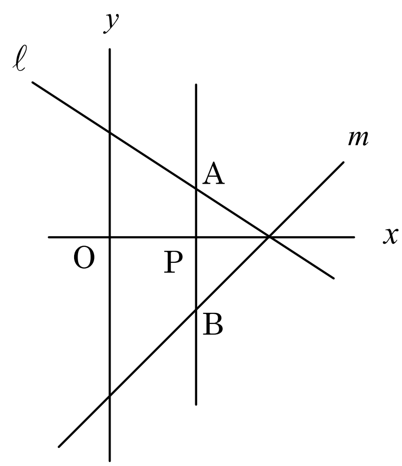


① P の x 座標を a とするとき、AB の長さを a を用いて表しなさい。

② AB＝6 のとき、a の値を求めなさい。

【4】 右の図で、直線 ℓ は $y=-\frac{2}{3}x+4$ の、直線 m は $y=x-6$ グラフである。x 軸上の点 P を通り、y 軸に平行な直線と、直線 ℓ、m との交点をそれぞれ A,B とする。

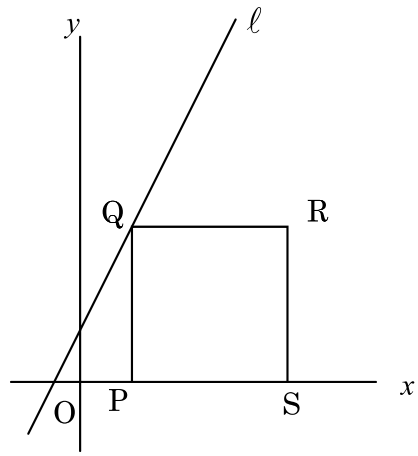
① P の x 座標を a とするとき、AB の長さを a を用いて表しなさい。



② AB＝6のとき、a の値を求めなさい。ただし、$a<6$ とする。

【5】 右の図で ℓ は $y=2x+1$ のグラフである。点 P は x 軸上を動き、P から y 軸に平行に引いた直線が ℓ と交わる点を Q とし、PQ を1辺とする正方形 PQRS を図のようにつくった。点 P の x 座標を正とするとき、次の問に答えなさい。

① P の座標が(3, 0)のとき、R の座標を求めなさい。

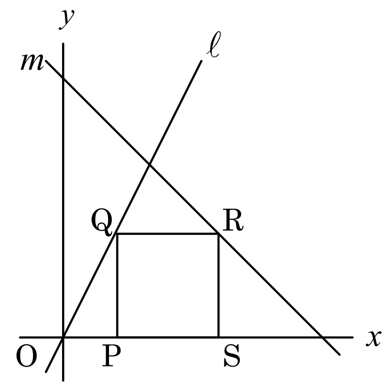


② 正方形 PQRS の1辺の長さが 9 のとき、R の座標を求めなさい。

③ R が $x+y=17$ のグラフ上にあるとき、R の座標を求めなさい。

一次関数の発展問題

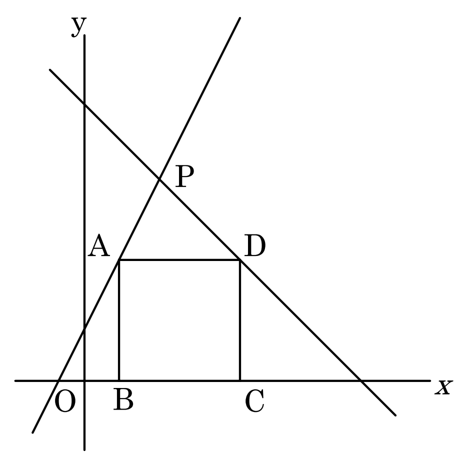
【例題】右の図で直線 ℓ と m は、それぞれ $y=2x$ 、$y=-x+10$ のグラフである。直線 ℓ と m および x 軸上に点を取り、図のように長方形 PQRS をつくった。



① P の x 座標を a とするとき、点 Q、R、S の座標をそれぞれ a を用いて表しなさい。

② 長方形 PQRS が正方形となるとき、a の値を求めなさい。

【6】右の図で、四角形 ABCD は長方形で、辺 BC は x 軸上にあり、頂点 A, D はそれぞれ直線 $y=2x+1$,　$y=-x+10$ の上にある。点 B の x 座標を a とするとき、次の問に答えなさい。



① 頂点 D の座標を a で表せ。

② 長方形 ABCD が正方形となるときの a の値を求めなさい。

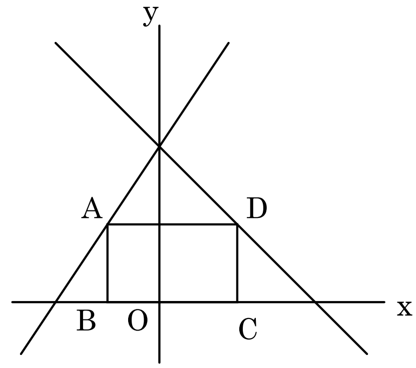
③ $a=2$ のとき、原点を通り、長方形 ABCD の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

④ 長方形 ABCD の面積が 18 となるときの a の値を求めなさい。〔2 次方程式：会の公式〕

一次関数の発展問題

【7】 右の図で、四角形 ABCD は長方形で、辺 BC は x 軸上にあり、頂点 A, D はそれぞれ直線 $y=\frac{3}{2}x+3$,　$y=-x+3$ の上にある。点 C の x 座標を a $(a>0)$ とする。

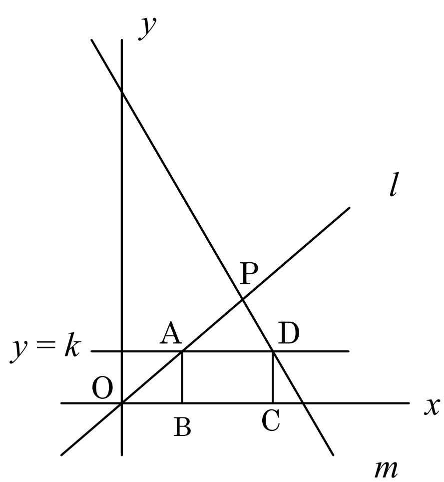
① 頂点 B の座標を a で表せ。



② 長方形 ABCD が正方形となるときの a の値を定めよ。

【8】 右の図のように点 P で交わる2直線 l 、m がある。直線 l の式は $y=x$ 、直線 m の式は $y=-2x+12$ である。

① 頂点 P の座標を求めなさい。



② x 軸と平行な直線 $y=k$ と直線 l 、m の交点を A、D するとき、線分 AD の長さを求めなさい。

③ 四角形 ABCD が正方形となるときの k の値を求めなさい。但し、点 A は線分 OP 上にあるものとします。