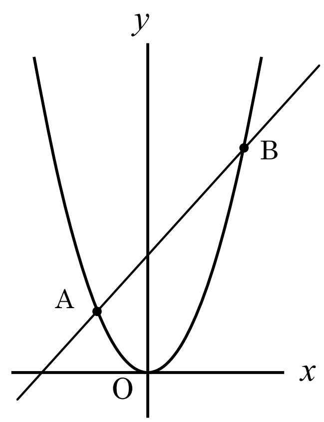
放物線と直線

直線と放物線の交点

$\boxed{\text{例題}}$ 右の図のような、放物線 $y=x^2$ と、直線 $y=2x+8$ があり、2つのグラフの交点を A, B とする。このとき、A, B の座標を求めなさい。



(解法) 関数のグラフの交点を求めるには、

連立方程式 $\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x+8 \end{cases}$ を解けばよい。

$x^2=2x+8$ より

$x^2-2x-8=0$

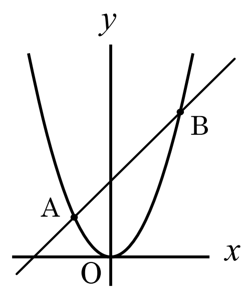
$(x-4)(x+2)=0$

$x=4\,,-2$

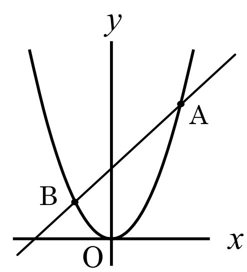
$\underline{A(-2\,,4)}$, $\underline{B(4\,,16)}$

【1】次の放物線と直線の交点の座標を求めなさい。

① 放物線 $y=x^2$ と、直線 $y=x+12$ の交点

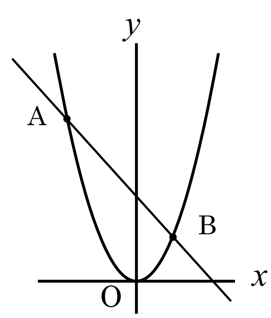


② 放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ と、直線 $y=2x+6$ の交点

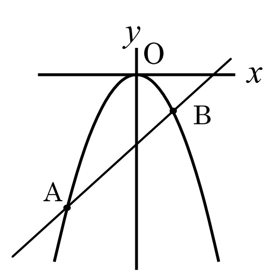


【2】次の放物線と直線の交点の座標を求めなさい。

① 放物線 $y=2x^2$ と、直線 $y=-2x+4$ の交点



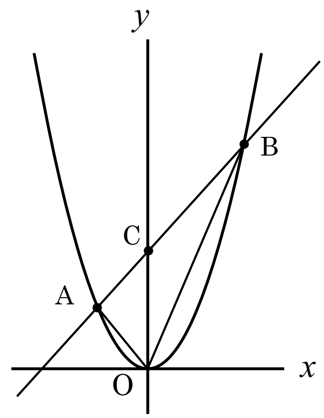
② 放物線 $y=-x^2$ と、直線 $y=x-6$ の交点



放物線と直線

放物線と三角形の面積

$\boxed{\text{例題}}$ 右の図のような、放物線 $y=x^2$ と、直線 $y=x+6$ があり、2つのグラフの交点をA, Bとする。このとき、次の問に答えなさい。



① 交点 A 、B の座標を求めなさい。

② △AOB の面積を求めなさい。

③ 原点を通り、△AOB の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

(解法) ① 関数のグラフの交点を求めるには、

連立方程式 $\begin{cases} y=x^2 \\ y=x+6 \end{cases}$ を解けばよい。

$x^2=x+6$ より $(x-3)(x+2)=0$ 　 $x=3, -2$ 　 A$\underline{(-2, 4)}$, B$\underline{(3, 9)}$

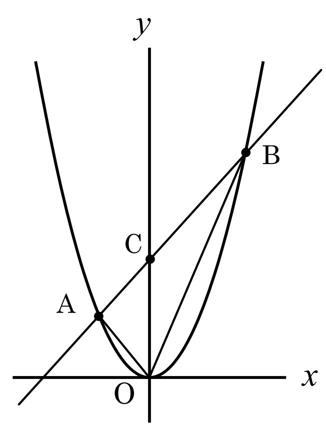
② OC を底辺と考えると、$\dfrac{1}{2}\times6\times2+\dfrac{1}{2}\times6\times3=15$

③ 線分 AB の中点と、原点を通る直線 $y=kx$ の傾きを求めればよい。

線分 AB の中点の座標は $\left(\dfrac{-2+3}{2}, \dfrac{4+9}{2}\right)$ すなわち$\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{13}{2}\right)$だから

$\dfrac{13}{2}=k\times\dfrac{1}{2}$ よって$k=13$ 　 $\underline{y=13x}$

【3】右の図は、放物線 $y=x^2$ と、直線 $y=2x+8$ である。



① 2点 A, B の座標を求めなさい。

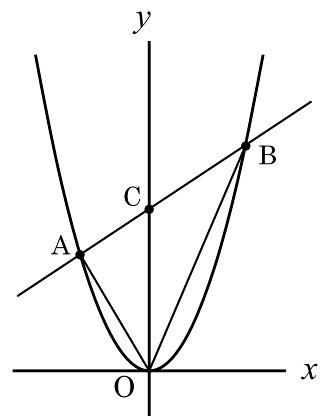
② △AOB の面積を求めなさい。

③ 原点を通り△AOB の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

放物線と直線

【4】右の図は、放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ と、直線 $y=\dfrac{1}{2}x+6$ である。次の問に答えなさい。

① 2点 A, B の座標を求めなさい。

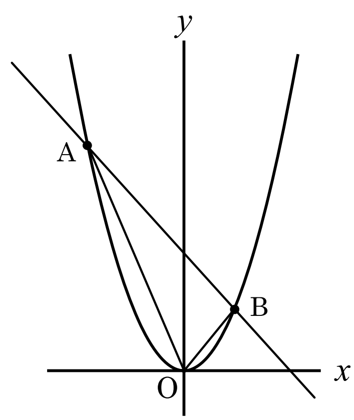


② △AOC の面積を求めなさい。

③ △AOB の面積を求めなさい。

【5】右の図のように、放物線 $y=x^2$ と、直線 $y=-2x+8$ が交わっている。

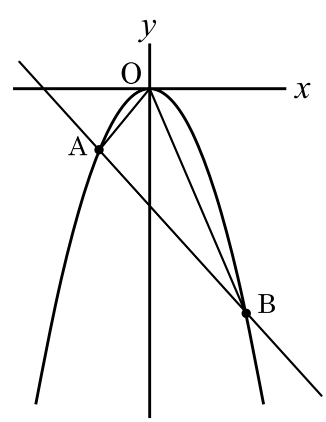
① 2点 A, B の座標を求めなさい。



② 原点を通り、△AOB の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

【6】右の図のように、放物線 $y=-x^2$ と、直線 $y=-2x-8$ が交わっている。

① △AOB の面積を求めなさい。



② 点 A を通り、△AOB の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

放物線と直線

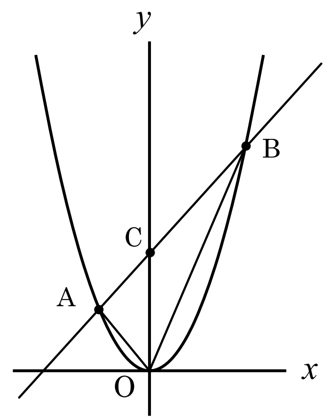
放物線と面積

$\boxed{\text{例題}}$ 右の図のような、放物線　$y = ax^2$ と、直線　$y = 2x + b$　がある。2つのグラフは2点 A, B で交わっていて、点 A の座標は　$(-1, 1)$ である。次の問に答えなさい。

① a , b の値を求めなさい。

② 点 B の座標を求めなさい。

③ 放物線 AOB 上に点 P をとり、△AOB と△APB の面積が等しくなるようにする。このとき、点　P　の座標を求めなさい。



（解法）

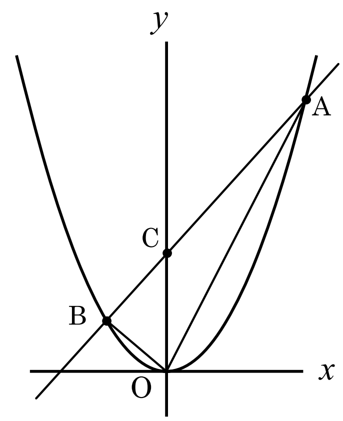
① $y = ax^2$ および $y = 2x + b$ に、点 A の座標 $(-1, 1)$ を代入する。

② 交点 B の座標を求めるには、連立方程式を解く。

③ 等積変形の考え方を利用する。つまり、原点を通り、直線　AB　に平行な直線と、放物線との交点を求める。

放物線と直線

【7】右の図のように、放物線 $y = ax^2$ と、直線 $y = 2x + b$ が、2点 A, B で交わっている。
点 B 座標は、$\left(-2\,,1\right)$である。

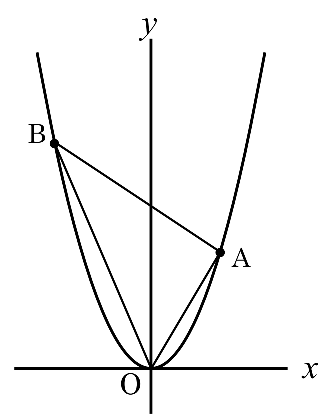


① a , b の値をそれぞれ求めなさい。

② 交点 A の座標を求めなさい。

③ 放物線 $y = ax^2$ の OA 上に点 P をとり、
△OAB＝△PAB となるようにするとき、
点 P の座標を求めなさい。

【8】右の図のような、関数 $y = \dfrac{1}{3}x^2$ のグラフ上に x 座標が 3 の点 A と、x 座標が -6 の点 B をとり、原点 O と結び、△ABO をつくる。



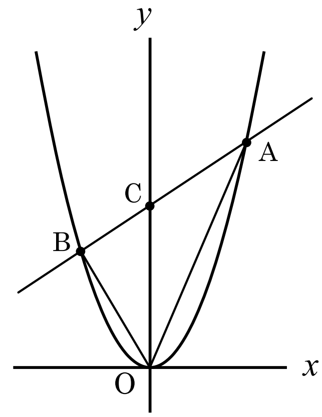
① 交点 A,B を通る直線の式を求めなさい。

② 放物線 OB 上に、点 P をとり、△ABO と面積が等しい
△ABP をつくるとき、点 P の座標を求めなさい。

放物線と直線

【9】右の図のように、放物線　$y = ax^2$ と、直線　$y = px + q$　が、2点A，Bで交わっている。座標は、それぞれ　$(4, 8)$と$(m, 2)$である。

① a，m の値をそれぞれ求めなさい。



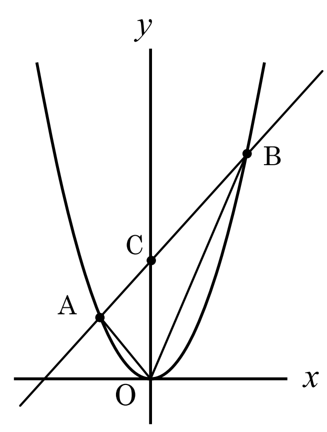
② 直線　$y = px + q$　の式を求めなさい。

③ 原点を通る直線　$y = tx$ が、△OAB の面積を2等分するとき、t の値を求めなさい。

④ 放物線　$y = ax^2$ の OA 上に点 P をとり、△OAB＝△PAB となるようにするとき、点 P の座標を求めなさい。

【10】右の図のように、放物線　$y = \frac{1}{2}x^2$ と、直線 $y = x + 12$　が、2点 A，B で交わっている。

① 交点 A,B の座標をそれぞれ求めなさい。



② 放物線 AOB 上に点 P をとり、△PAB の面積が△ABO の $\frac{2}{3}$ となるようにするとき、点 P の座標をすべて求めなさい。

放物線と直線

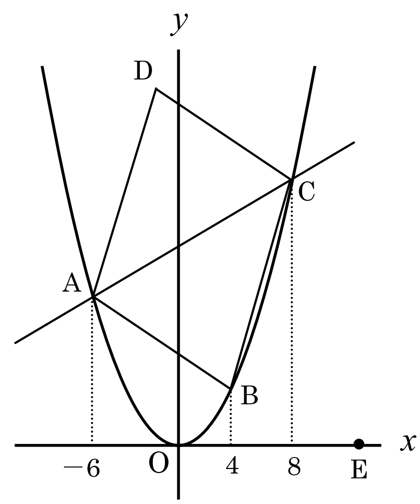
放物線と平行四辺形

右の図のように、放物線 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に、x 座標がそれぞれ -6，4，8 である3点 A, B, C をとり、平行四辺形 ABCD をつくる。また、x 軸上に x 座標が11である点 E をとる。

① 直線 AC の式を求めなさい。

② 点 D の座標を求めなさい。

③ 点 E を通る直線が平行四辺形の面積を2等分するとき、直線の式を求めなさい。

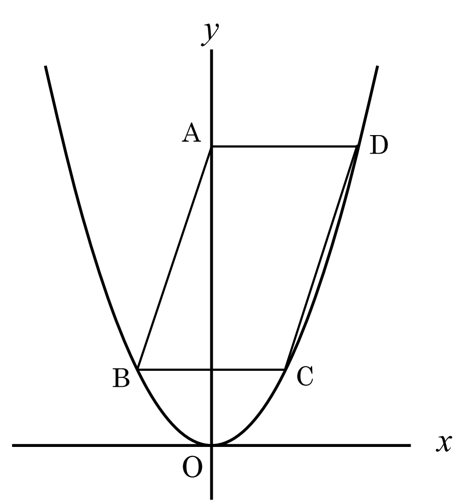


【1】右の図のように、放物線 $y=ax^2$ の中に平方四辺形 ABCD があり、辺 AD は x 軸について平行である。また 3 点 B, C, D は放物線上にあり、点 D は $(4, 8)$ である。

① a の値を求めなさい。

② 点 B の座標を求めなさい。

③ 原点を通る直線が平行四辺形の面積を2等分するとき、直線の式を求めなさい。

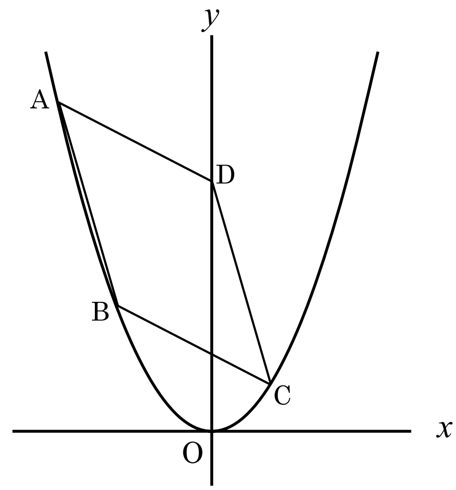


放物線と直線

【2】右の図のように、放物線 $y = ax^2$ の中に平方四辺形 ABCD がある。3点 A, B, C は放物線上に、点 D は y 軸にあり、点 B, C の座標はそれぞれ $(-2, 8)$, $(1, 2)$である。

① a の値を求めなさい。

② 点 A, D の座標をそれぞれ求めなさい。

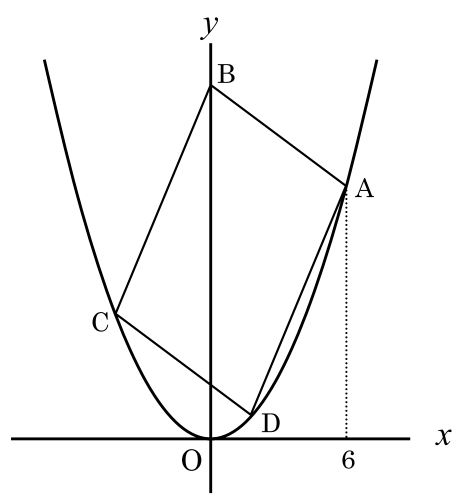


③ 原点を通る直線が平行四辺形の面積を2等分するとき、直線の式を求めなさい。

【3】右の図のように平方四辺形 ABCD があり、3 点 A, C, D は放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上にある。点 A の x 座標は 6 で、点 B の座標は $(0, 12)$である。

① 直線 AB の式を求めなさい。

② 点 C, D の座標をそれぞれ求めなさい。



③ 直線 AC の式を求めなさい。

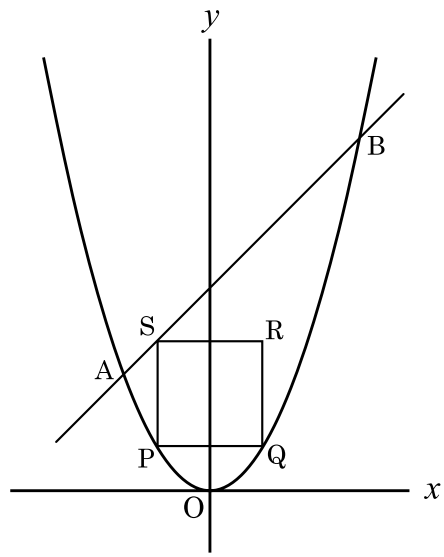
④ 平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。

放物線と直線

放物線と正方形

例題 右の図のように、放物線 $y=x^2$ と、直線 $y=3x+24$ が、2点 A, B で交わっている。放物線 AO 上に点 P があり、点 P を通り x 軸、y 軸に平行な直線を引き、放物線および直線との交点をそれぞれ Q、S として、図のような長方形 PQRS をつくった。

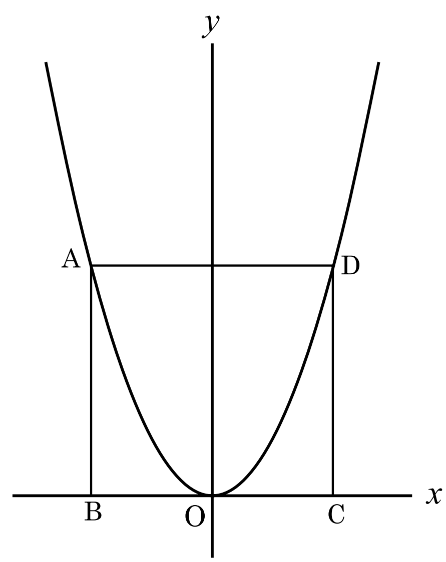
① 点 P の x 座標を $-t\ (t>0)$ とするとき、
点 Q,R,S の座標を t を用いて表しなさい。



② 四角形 PQRS が正方形となるときの
点 P の x 座標を求めなさい。

【1】右の放物線は $y=\frac{1}{2}x^2$ である。放物線上に点 A と D を、x 軸上に点 B、C をとり、図のような長方形 ABCD をつくった。次の問に答えなさい。

① 点 C の x 座標を t とするとき、点 D の座標を t で表しなさい。



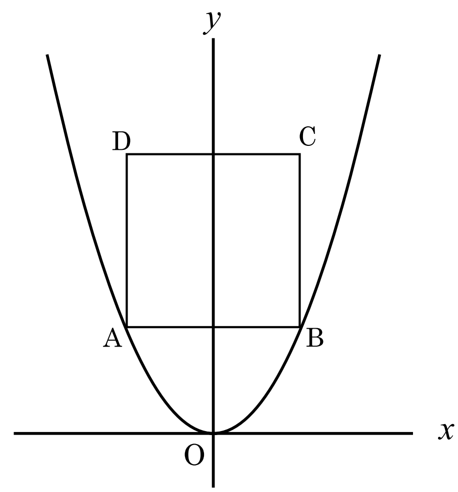
② 長方形 ABCD が正方形となるとき、t の値を求めなさい。

放物線と直線

【2】右の図で、四角形 ABCD は正方形である。また、点 A、B は放物線 $y = ax^2$ 上にあり、点 D の座標は $(-2,6)$ で、辺 AB、BC は、それぞれ x 軸、y 軸に平行である。

① 点 B の座標を求めなさい。

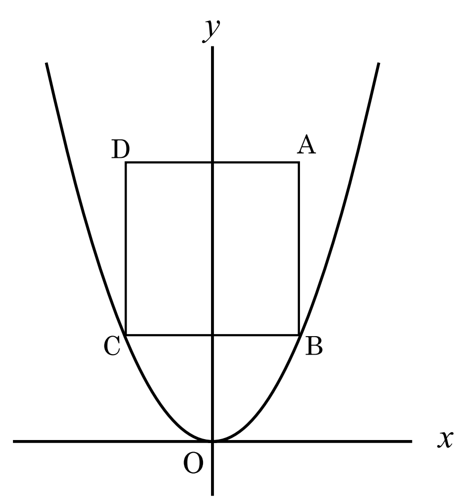
② a の値を求めなさい。



【3】右の放物線は $y = \dfrac{1}{2}x^2$ で、四角形 ABCD は長方形である。2点 A、D の y 座標は16である。また、点 B と C は放物線上にあって、その y 座標は16より小さい。点 A の x 座標を t とする。

① $t = 2$ のとき、点 D の座標を求めなさい。

② 線分 AB と BC の長さをそれぞれ t を用いて表しなさい。



③ 四角形 ABCD が正方形となるときの t の値を求めなさい。