

2次方程式

解の公式を導く〔発展〕

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式は、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ である。

解の公式は、二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ を平方完成することによって導くことができます。下の手順で考えてみよう。

まず、 c を右辺に移項する。 $ax^2 + bx = -c$

次に、両辺を a でわる $x^2 + \frac{b}{a}x =$

両辺に $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ を加える $x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 =$

左辺を平方の形にし、右辺を通分し簡単にする

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\quad}{4a^2}$$

平方根の考え方から $x + \frac{b}{2a} = \frac{\quad}{2a}$

最後に、 $\frac{b}{2a}$ を移項すると $x = \frac{-b \pm \sqrt{\quad}}{2a}$

〔例〕 $2x^2 + x - 5 = 0$ を解の公式を利用して解きなさい。

解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ に $a = \underline{\quad}$ 、 $b = \underline{\quad}$ 、 $c = \underline{\quad}$ を代入すると

$$x = \frac{\pm \sqrt{(\quad)^2 - 4 \times \quad \times (\quad)}}{2 \times \quad} = \frac{\pm \sqrt{\quad + \quad}}{\quad} = \frac{\pm \sqrt{\quad}}{\quad}$$

参考…二次方程式の x の係数が偶数のとき、すなわち $ax^2 + 2bx + c = 0$ のとき解の公式に代入した後、必ず約分できます。余裕がある人は、次の公式も活用してみましょう。

二次方程式 $ax^2 + 2bx + c = 0$ の解の公式は、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ である。

2次方程式

解の公式を利用して解く〔1〕

〔例〕 $5x^2 + x - 3 = 0$ を解の公式を利用して解きなさい。

解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ に $a = 5$ 、 $b = 1$ 、 $c = -3$ を代入すると

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 5 \times (-3)}}{2 \times 5} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 60}}{10} = \frac{-1 \pm \sqrt{61}}{10}$$

【1】 次の2次方程式を、解の公式を利用して解きなさい。

① $x^2 + 3x - 1 = 0$

② $x^2 + 5x + 3 = 0$

③ $x^2 + 7x + 3 = 0$

④ $x^2 + 3x - 1 = 0$

⑤ $3x^2 - x - 5 = 0$

⑥ $5x^2 - 5x - 1 = 0$

⑦ $4x^2 + 7x + 2 = 0$

⑧ $6x^2 + 3x = 2$

2次方程式

解の公式を利用して解く〔約分〕

〔例〕 $2x^2 + 4x = 3$ を解の公式を利用して解きなさい。

〔解〕 まずすべての項を左辺に移項して $2x^2 + 4x - 3 = 0$

解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ に $a = 2$ 、 $b = 4$ 、 $c = -3$ を代入すると

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2} = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{4} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

【2】 次の2次方程式を、解の公式を利用して解きなさい。(約分できるものもあります。)

① $x^2 - 5x - 8 = 0$

② $2x^2 - 5x - 4 = 0$

③ $2x^2 + x - 4 = 0$

④ $3x^2 - 9x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 6x + 2 = 0$

⑥ $3x^2 + 2x - 4 = 0$

⑦ $2x^2 = 9x - 5$

⑧ $3x^2 - 1 = 3x$

2次方程式

【3】 次の2次方程式を、解の公式を利用して解きなさい。

① $x^2 - 8x + 5 = 0$

② $x^2 + 10x + 7 = 0$

③ $x^2 + 4x - 3 = 0$

④ $x^2 - 4x - 6 = 0$

⑤ $x^2 + 8x + 5 = 0$

⑥ $x^2 - 12x = 12$

⑦ $5x^2 - 4x - 2 = 0$

⑧ $2x^2 + 1 = 4x$

⑨ $x^2 = 8(x + 2)$

⑩ $2x(x + 6) = -9$

⑪ $\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{6} = 0$

⑫ $\frac{1}{2}x^2 + x = \frac{2}{3}$

2次方程式

解の公式を利用して解く〔2〕

$2x^2 + 2 = 5x$ を解の公式を利用して解きなさい。

まず、すべての項を左辺に移項して $2x^2 - 5x + 2 = 0$

解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ に $a = 2$ 、 $b = -5$ 、 $c = 2$ を代入すると

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} = 2, \frac{1}{2}$$

【4】 次の2次方程式を、解の公式を利用して解きなさい。

① $2x^2 + x - 1 = 0$

② $5x^2 + 2x - 3 = 0$

③ $4x^2 - 9x + 5 = 0$

④ $7x^2 - 10x + 3 = 0$

⑤ $3x^2 - 5x - 2 = 0$

⑥ $4x^2 + 12x + 9 = 0$

⑦ $2x^2 + 11x + 5 = 0$

⑧ $3x^2 - x - 2 = 0$

2次方程式

【5】 次の2次方程式を、解の公式を利用して解きなさい。

① $3x^2 - x - 10 = 0$

② $4x^2 - 8x + 3 = 0$

③ $6x^2 + 7x - 3 = 0$

④ $4x^2 + 9x + 5 = 0$

⑤ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

⑥ $8x^2 + 14x + 3 = 0$

⑦ $3x^2 - 7x = -2$

⑧ $6x^2 + 2 = 7x$

⑨ $4x^2 = -9x - 2$

⑩ $6x^2 - 7x + 2 = 0$

⑪ $2x^2 + x - 6 = 0$

⑫ $4x^2 - 5x + 1 = 0$