

2次方程式

因数分解による解き方

定理

$AB=0$ のとき、 $A=0$ または $B=0$ である。

[例1] $x^2 - 2x - 15 = 0$ の解を求めなさい。

左辺を因数分解すると $(x-3)(x+5) = 0$

$x-3=0$ のとき $x=3$ 、また $x+5=0$ のとき $x=-5$ である。

[例2] $x^2 - 8x = 0$ の解を求めなさい。

左辺を因数分解すると $x(x-8) = 0$ よって $x=0$

または $x-8=0$ より $x=8$ である。

[例3] $4x^2 - 20x + 25 = 0$ の解を求めなさい。

左辺を因数分解すると $(2x-5)^2 = 0$

$2x-5=0$ より、解は $x = \frac{5}{2}$ の1つだけである。

【1】2次方程式が、次のように因数分解されるとき、2次方程式の解を求めなさい。

① $x^2 + 5x + 6 = 0$
 $(x+2)(x+3) = 0$

② $x^2 - 5x + 4 = 0$
 $(x-1)(x-4) = 0$

③ $x^2 + 2x - 35 = 0$
 $(x-5)(x+7) = 0$

④ $x^2 + 4x + 4 = 0$
 $(x+2)^2 = 0$

⑤ $x^2 - 2x = 0$
 $x(x-2) = 0$

⑥ $2x^2 + x = 0$
 $x(2x+1) = 0$

⑦ $4x^2 + 12x + 9 = 0$
 $(2x+3)^2 = 0$

⑧ $9x^2 - 25 = 0$
 $(3x+5)(3x-5) = 0$

2次方程式

因数分解による解き方〔1〕

$$\textcircled{1} \quad x^2 - 4x - 12 = 0$$

左辺を因数分解して

$$(x+4)(x-6) = 0$$

$x+4=0$ または $x-6=0$ より

$x = -4, 6$ となる。

$$\textcircled{2} \quad 4x^2 - 9 = 0$$

左辺を因数分解して

$$(2x+3)(2x-3) = 0$$

$2x+3=0$ または $2x-3=0$ より

$$x = \pm \frac{3}{2}$$

【2】 次の2次方程式を因数分解によって解きなさい。

$$\textcircled{1} \quad x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\textcircled{4} \quad x^2 - x - 20 = 0$$

$$\textcircled{5} \quad x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$\textcircled{6} \quad x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$\textcircled{7} \quad x^2 - 49 = 0$$

$$\textcircled{8} \quad 16x^2 - 25 = 0$$

$$\textcircled{9} \quad x^2 - 3x = 0$$

$$\textcircled{10} \quad 8x^2 - 4x = 0$$

$$\textcircled{11} \quad 4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$\textcircled{12} \quad 9x^2 + 30x + 25 = 0$$

2次方程式

【3】次の方程式を簡単にしてから、因数分解によって解きなさい。

① $x^2 - 6x = 7$

② $x^2 + 18 = 9x$

③ $x^2 = 7x - 10$

④ $x^2 - 5x + 16 = 3x$

⑤ $x^2 - 4x + 1 = -2$

⑥ $x^2 = 7x + 18$

⑦ $x^2 + 13x - 4 = 3x - 4$

⑧ $x^2 = 3x + 10$

⑨ $x^2 + 10x + 18 = 2$

⑩ $x^2 + 6x = 6x + 36$

⑪ $2x^2 - x - 15 = x^2 + 15$

⑫ $4x^2 + 6x + 9 = 3x^2$

2 次方程式

【4】 次の方程式を簡単にしてから、因数分解によって解きなさい。

① $x^2 + 8 = 6x$

② $x^2 = 5x + 36$

③ $x^2 = 65 - 8x$

④ $x^2 - 4x + 1 = -2$

⑤ $x(x-6) = 6 - 7x$

⑥ $2x^2 + 17 = (x+3)^2$

⑦ $(x-2)(x+4) = 7$

⑧ $(x+6)(x-6) = 9x$

⑨ $(x-3)^2 = 2(x-1) - 1$

⑩ $(x+7)(x+10) + 2 = 0$

⑪ $(x+3)(x+7) = 2(5-x)$

⑫ $2(x^2 - 2) = (x-2)(x+10)$

2次方程式

平方根の考え方で解く〔1〕

$ax^2 - b = 0$ のとき方

$2x^2 - 72 = 0$ まず -72 を移項して $2x^2 = 72$

両辺を 2 でわると $x^2 = 36$

これは、 x が 36 の平方根であることを表して

いるので $x = \pm 6$ となる。

【5】 次の2次方程式を解きなさい。

① $x^2 = 25$

② $x^2 - 49 = 0$

③ $x^2 - 7 = 0$

④ $x^2 - 54 = 0$

【6】 次の2次方程式を解きなさい。⑥については分母を有理化して答えなさい。

① $2x^2 = 50$

② $5x^2 = 40$

③ $4x^2 - 16 = 0$

④ $3x^2 - 18 = 0$

⑤ $16x^2 - 9 = 0$

⑥ $5x^2 - 4 = 0$

2次方程式

平方根の考え方で解く〔2〕

$(x+m)^2 = n$ のとき方

$$2(x+3)^2 = 50$$

まず両辺を2でわると $(x+3)^2 = 25$

これは、 $x+3$ が25の平方根であることを表して

いるので $x+3 = \pm 5$ となり+3を移項すると

$x = \pm 5 - 3$ つまり $x = 2, -8$ となる。

【7】 次の2次方程式を解きなさい。

① $(x+2)^2 = 9$

② $(x-5)^2 = 1$

③ $5(x-2)^2 = 80$

④ $3(x+2)^2 = 27$

⑤ $(x-5)^2 = 9$

⑥ $5(x-4)^2 = 20$

⑦ $(x-3)^2 = 7$

⑧ $(x+2)^2 = 80$

⑨ $3(x-5)^2 = 27$

⑩ $5(x-4)^2 = 30$

2次方程式

平方完成を用いて解く

$$x^2 + px + q = 0 \text{ のとき方}$$

$$x^2 + 8x = 20$$

まず両辺に x の係数の $\frac{1}{2}$ の2乗である16を加えると

$$x^2 + 8x + 16 = 36 \text{ 左辺を因数分解すると}$$

$$(x + 4)^2 = 36 \text{ したがって } x + 4 = \pm 6$$

$$x = \pm 6 - 4 \text{ つまり } x = 2, -10 \text{ となる。}$$

【1】 次の式を平方の形にするには、何を加えればよいか。

① $x^2 + 6x + \square$ ② $x^2 - 12x + \square$ ③ $x^2 - 5x + \square$

【2】 次の式の \square に当てはまる数を求めなさい。

① $x^2 + 4x + \square = (x + \square)^2$

② $x^2 - 6x + \square = (x - \square)^2$

【3】 次の式を平方完成によって解きなさい。

① $x^2 + 4x = 5$

② $x^2 + 12x = -35$

③ $x^2 + 2x = 15$

④ $x^2 + 6x = -8$

2次方程式

平方完成

$x^2 + 8x = 4$ を平方完成によって解く

まず両辺に x の係数の $\frac{1}{2}$ の2乗である16を加えると

$x^2 + 8x + 16 = 20$ 左辺を因数分解すると

$(x + 4)^2 = 20$ したがって $x + 4 = \pm 2\sqrt{5}$

つまり $x = -4 \pm 2\sqrt{5}$ となる。

【4】 次の式を平方完成によって解きなさい。

① $x^2 - 12x = 12$

② $x^2 - 10x - 7 = 0$

③ $x^2 + 8x + 5 = 0$

④ $x^2 - 6x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - 14x = 23$

⑥ $x^2 - 8x - 4 = 0$

⑦ $x^2 + 8x = -13$

⑧ $x^2 + 5x = -3$