

根号を含む式の計算

根号を含む式の加減

根号の中が同じ整数であれば

$$a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a+b)\sqrt{c}、a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a-b)\sqrt{c} \text{ と計算する。}$$

また、根号の中が異なった整数であっても

$$\sqrt{a^2c} + \sqrt{b^2c} = a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a+b)\sqrt{c} \text{ と計算できる場合がある。}$$

ただし、 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ や $a + \sqrt{b}$ は、簡単にならない。

【1】 次の計算をなさい。

① $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

② $7\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

③ $\sqrt{6} + 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6}$

④ $5\sqrt{7} - 4\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 5\sqrt{3} - 7\sqrt{5}$

⑥ $-7\sqrt{2} + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 4\sqrt{2}$

【2】 次の計算をなさい。

① $\sqrt{5} + \sqrt{20}$

② $\sqrt{12} + \sqrt{27}$

③ $\sqrt{27} + \sqrt{48}$

④ $\sqrt{48} + 5\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{48} - \sqrt{27}$

⑥ $\sqrt{175} - \sqrt{28}$

⑦ $\sqrt{54} - \sqrt{96}$

⑧ $\sqrt{125} - 3\sqrt{20}$

根号を含む式の計算

[例] 次の計算をなさい。

$$\textcircled{1} \sqrt{20} - \sqrt{27} + \sqrt{45} + \sqrt{12}$$

$$\textcircled{2} \frac{2\sqrt{3}}{5} + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(解) 根号の中をできるだけ小さい数にして、計算する。また、分数の形の加減は通分して計算します。

$$\sqrt{20} - \sqrt{27} + \sqrt{45} + \sqrt{12} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{5} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{5} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{6\sqrt{3}}{15} + \frac{5\sqrt{3}}{15} = \frac{11\sqrt{3}}{15}$$

【3】 次の計算をなさい。

$$\textcircled{1} \sqrt{54} - \sqrt{24} + 4\sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{250} - \sqrt{80} + \sqrt{40}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{10} + \sqrt{40} - 2\sqrt{90}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{50} - \sqrt{5} - \sqrt{20} + 3\sqrt{2}$$

$$\textcircled{5} -\sqrt{7} - \sqrt{27} + \sqrt{28} + 5\sqrt{3}$$

$$\textcircled{6} \sqrt{175} + \sqrt{98} + \sqrt{63} - \sqrt{32}$$

$$\textcircled{7} 2\sqrt{75} + \sqrt{72} - \sqrt{12} - 4\sqrt{8}$$

$$\textcircled{8} \sqrt{128} + 3\sqrt{45} - 8\sqrt{32} - \sqrt{125}$$

$$\textcircled{9} \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{3\sqrt{6}}{4}$$

$$\textcircled{10} \frac{4\sqrt{3}}{5} - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\textcircled{11} \sqrt{20} + \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\textcircled{12} \frac{\sqrt{75}}{2} - \frac{\sqrt{27}}{4}$$

根号を含む式の計算

分母に根号がある式では、分母を有理化してから通分して計算します。

[例] まず分母を有理化

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{3}$$

次に通分をする。

$$= \frac{3\sqrt{6}}{6} - \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

【4】 次の計算をなさい。

① $3\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

② $2\sqrt{5} - \frac{6}{\sqrt{5}}$

③ $\sqrt{10} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

④ $\sqrt{27} - \frac{6}{\sqrt{3}}$

⑤ $\frac{2\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

⑥ $\frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{12} + \sqrt{48}$

⑦ $\frac{2\sqrt{10}}{5} - \frac{1}{\sqrt{10}} + \sqrt{90}$

⑧ $\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{5}{4}}$

根号を含む式の計算

四則混合の計算では加減より乗除を先に計算します。

$$〔例〕 \sqrt{12} \times \sqrt{8} + \sqrt{24} \div 2 = \sqrt{96} + 2\sqrt{6} \div 2 = 4\sqrt{6} + \sqrt{6} = 5\sqrt{6}$$

$$4\sqrt{5} \div \sqrt{2} - \sqrt{45} \times \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \sqrt{90} = \frac{4\sqrt{10}}{2} - 3\sqrt{10} = -\sqrt{10}$$

【5】 次の計算をなさい。

① $\sqrt{2} \times \sqrt{6} - \sqrt{3}$

② $3\sqrt{3} + \sqrt{24} \div \sqrt{2}$

③ $\sqrt{12} - \sqrt{54} \div \sqrt{2}$

④ $\sqrt{8} + \sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{6} + \sqrt{15} \div \sqrt{5}$

⑥ $\sqrt{96} \div \sqrt{3} - \sqrt{6} \times \sqrt{3}$

⑦ $3\sqrt{12} + 6\sqrt{24} \div 4\sqrt{2}$

⑧ $5\sqrt{3} \times \sqrt{8} - 3\sqrt{2} \times \sqrt{48}$

⑨ $\sqrt{20} - \sqrt{10} \div \sqrt{6} \times \sqrt{3}$

⑩ $(-2\sqrt{3})^2 - 6\sqrt{72} \div \sqrt{32}$

根号を含む式の計算

分配の法則の利用

() がついた計算は分配の法則や乗法公式を用いて展開する

〔例〕 $5\sqrt{2}(\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = 5(\sqrt{2})^2 - 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 10 - 10\sqrt{6}$

【6】 次の計算をなさい。

① $\sqrt{3}(2\sqrt{3} - \sqrt{5})$

② $\sqrt{5}(4 + \sqrt{15})$

③ $(\sqrt{2} + 6)(\sqrt{2} - 2)$

④ $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 5)$

⑤ $(2\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 2)$

⑥ $(2\sqrt{3} - 7)(2\sqrt{3} + 3)$

乗法公式の利用〔1〕

和と差の積 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ を利用する

〔例〕 $(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = (5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 50 - 12 = 38$

【7】 次の計算をなさい。

① $(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)$

② $(\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{2})$

③ $(2\sqrt{5} + 7)(2\sqrt{5} - 7)$

④ $(3\sqrt{2} + \sqrt{5})(3\sqrt{2} - \sqrt{5})$

根号を含む式の計算

乗法公式の利用〔2〕

和の平方 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 、差の平方 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を利用する

〔例〕 $(3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = (3\sqrt{2})^2 - 2 \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 21 - 6\sqrt{6}$

【8】 次の計算をなさい。

① $(\sqrt{2} + 1)^2$

② $(\sqrt{3} + 2)^2$

③ $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$

④ $(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$

⑤ $(1 - 2\sqrt{7})^2$

⑥ $(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2$

⑦ $(3\sqrt{2} - 1)^2$

⑧ $(2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

【9】 次の計算をなさい。

① $(\sqrt{2} + 4)(\sqrt{2} - 7) + \sqrt{18}$

② $(\sqrt{3} + 6)^2 - 10$

③ $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{6} - \sqrt{5})^2$

④ $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{3}(\sqrt{45} + 3\sqrt{27})$