

素因数分解

素因数分解

- ① 整数や文字式 a, b, c で、 $a = b \times c$ と表すことができるとき、 b や c を a の因数という。
- ② ある自然数が、それより小さい自然数の積で表すことができないとき、すなわち1とその数自身の2つしか約数を持たない自然数を_____という。ただし、1は素数ではない。

例 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

[例]

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 36} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 18} \\ \underline{2} \\ 3 \overline{) 9} \\ \underline{3} \end{array}$$

- ② また因数が素数であるとき、それを素因数といい、自然数を素因数の積で表すことを、「素因数分解する」という。

例 $72 = 2^3 \times 3^2$ $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$

【1】下の表を利用して、36までの整数のうち素数であるものを求めなさい。

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

【2】次の数を素因数分解しなさい。

- ①)12 ②)27 ③)100
- ④)18 ⑤)72 ⑥)420

素因数分解

平方数

- ① ある自然数を2乗して得られる数を平方数という。平方数を素因数分解したとき素因数の指数は偶数である。例えば、 $36 = 2^2 \times 3^2$ 、 $144 = 2^4 \times 3^2$ などと表される。

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 196 \\ 2 \) \ 98 \\ 7 \) \ 49 \\ \hline 7 \end{array}$$

- ② また、右の例のように $2^2 \times 7^2$ と表されるとき、 $(2 \times 7)^2 = 14^2$ 、すなわち14の平方である。

【1】 次の数のうち、ある整数を2乗してできる整数(平方数)はどれですか。

- ① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 3 \times 5^2$ ③ $5^2 \times 11$ ④ $3^4 \times 5^2 \times 7^2$

【2】 次の整数はそれぞれどんな数の平方ですか。

- ① 2^6 ② $2^4 \times 3^2$ ③ $2^2 \times 3^4$ ④ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

【3】 次の整数は、ある整数を2乗してできる平方数です。それぞれどんな整数を2乗したものでですか。素因数分解によって求めなさい。

- ①) 225 ②) 324 ③) 441

- ④) 256 ⑤) 576 ⑥) 625

素因数分解

平方数

〔例〕 72 にできるだけ小さい自然数をかけて、ある整数の平方になるようにしたい。どんな数をかけるとよいか。また、その結果はどんな数の平方になりますか。

(解) 平方数を素因数分解したとき、素因数の指数は偶数になるので、72 を素因数分解してみる。

$72 = 2^3 \times 3^2$ であるから、2 をかけると平方数にすることができる。

また、その結果は $2^4 \times 3^2 = (2^2 \times 3)^2 = 12^2$ なので、12 の平方である。

【4】 45 にできるだけ小さい自然数をかけて、ある整数の平方になるようにしたい。どんな数をかけるとよいか。また、その結果はどんな数の平方になりますか。

【5】 63 にできるだけ小さい自然数をかけて、ある整数の平方になるようにしたい。どんな数をかけるとよいか。また、その結果はどんな数の平方になりますか。

【6】 240 にできるだけ小さい自然数をかけて、ある整数の平方になるようにしたい。どんな数をかけるとよいか。また、その結果はどんな数の平方になりますか。

【7】 180 をできるだけ小さい自然数でわって、ある整数の平方になるようにしたい。どんな数でわるとよいか。また、その結果はどんな数の平方になりますか。

素因数分解

最大公約数や最小公倍数

① 素因数分解を利用して最大公約数や最小公倍数を求めることができる。

(ア) 最大公約数…共通な素因数の積を求める

$$\begin{array}{r} 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ 108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \\ \hline 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72, 108} \\ 2 \overline{) 36, 54} \\ 3 \overline{) 18, 27} \\ 3 \overline{) 6, 9} \\ \hline 2, 3 \end{array}$$

(イ) 最小公倍数…共通な素因数と共通でない素因数の積を求める

$$\begin{array}{r} 12 = 2 \times 2 \times 3 \\ 20 = 2 \times 2 \times 5 \\ \hline 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12, 20} \\ 2 \overline{) 6, 10} \\ \hline 3, 5 \end{array}$$

② 自然数が $a^x \times b^y \times \dots$ と素因数分解されるとき、その自然数の約数の個数は $(x+1) \times (y+1) \times \dots \times (+1)$ 個と求められる。

【8】 次の各組の整数の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。

① (24, 36)

② (36, 60)

③ (45, 105)

【9】 72 を素因数分解すると $2^3 \times 3^2$ である。このことから 72 の約数の個数を求めなさい。

また、下の表を利用して 72 の約数をすべて求めなさい。ただし、 $n^0 = 1$ である。

	2^0	2^1	2^2	2^3
3^0				
3^1				
3^2				