

乗法公式

単項式と多項式の乗法

単項式と多項式の積は、分配の法則 $a(b+c) = ab+ac$ を用いて計算する。

$$\begin{aligned} \text{〔例〕 } 2x(x-3y) &= 2x \times x - 2x \times 3y \\ &= 2x^2 - 6xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-2y) \times (-3y) &= x \times (-3y) - 2y \times (-3y) \\ &= -3xy + 6y^2 \end{aligned}$$

【1】 次の計算をなさい。

① $2a(a+3)$

② $x(6x-y)$

③ $4a(b-2c)$

④ $ab(2a-3b)$

⑤ $-4x(x+3y-1)$

⑥ $-a(a^2+a)$

⑦ $(6a-9b) \times (-2b)$

⑧ $(5x-2y) \times (-3x^2)$

⑨ $\frac{1}{2}a(4a-10b)$

⑩ $\frac{2}{5}a(10ab-5bc)$

⑪ $8x \left(\frac{5}{2}x - \frac{1}{6}y \right)$

⑫ $-6y \left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y \right)$

乗法公式

単項式と多項式の除法

多項式と単項式の除法は $(a+b) \div c = (a+b) \times \frac{1}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ と乗法に直して計算をする。

$$\begin{aligned} \text{〔例〕 } (6x^2 - 3xy) \div 3x &= \frac{6x^2}{3x} - \frac{3xy}{3x} & (4x^2y + 6y) \div \frac{2}{3}y &= (4x^2y + 6y) \times \frac{3}{2y} \\ &= 2x - y & &= 4x^2y \times \frac{3}{2y} + 6y \times \frac{3}{2y} \\ & & &= 6x^2 + 9 \end{aligned}$$

【2】 次の計算をなさい。

① $(8ab + 6a) \div 2a$

② $(3a^2 - 9a) \div 3a$

③ $(6xy + 8y) \div 2y$

④ $(6x^2 - 9x) \div (-3x)$

⑤ $(x^2y + 3xy) \div xy$

⑥ $(2a^2b - 4ab^2) \div 2ab$

⑦ $(4a^2 + 10ab) \div \frac{2}{3}a$

⑧ $(9a^3 + 3a^2b + 12ab^2) \div \frac{3}{4}a$

⑨ $(-3a^2b + 15ab) \div \frac{3}{5}a$

⑩ $(6x^2y - 8xy^2) \div \left(-\frac{2}{3}xy\right)$

乗法公式

多項式 × 多項式

多項式と多項式の積は、 $(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d)$

$$= ac + ad + bc + bd$$

つまり $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ と順序良く展開する

【3】 次の計算をなさい。同類項があればまとめなさい。

① $(a+4)(b-6)$

② $(a-4)(b-5)$

③ $(a+b)(a-c)$

④ $(x+5)(2x-3)$

⑤ $(2a+1)(a+2)$

⑥ $(3a+b)(a-2b)$

⑦ $(x-3y)(2x-y)$

⑧ $(x+7y)(x-5y)$

【4】 次の計算をなさい。

① $(a-2b+3)(a+1)$

② $(a+3b-1)(a+2)$

③ $(x-y)(2x+y-4)$

④ $(a+b)(a-b+c)$

⑤ $(x^2-x+1)(x+1)$

⑥ $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$

乗法公式

乗法公式 [2項式の積①]

$$\text{乗法公式 } (x+a)(x+b) = x^2 + \overbrace{(a+b)x}^{ax} + \underbrace{ab}_{bx} \quad \text{を用いる。}$$

$$\text{〔例〕 } (x+5)(x-8) = x^2 + (5-8)x + 5 \times (-8) = x^2 - 3x - 40$$

【5】 次の式を計算しなさい。

① $(x+3)(x+5)$

② $(a+1)(a+9)$

③ $(a-5)(a-2)$

④ $(x-9)(x-5)$

⑤ $(x+5)(x-2)$

⑥ $(x+2)(x-6)$

⑦ $(x+8)(x-4)$

⑧ $(ab+5)(ab-2)$

【6】 次の計算をしなさい。

① $(a+2b)(a-3b)$

② $(x-3y)(x+5y)$

③ $(a-6b)(a+2b)$

④ $(x+y)(x-5y)$

⑤ $(x-6y)(x-3y)$

⑥ $(x+8y)(x-2y)$

⑦ $(x+y)(x-3y)$

⑧ $(a+5b)(a-4b)$

乗法公式

乗法公式 [2項式の積②]

$$\text{乗法公式} \quad \begin{array}{c} \overbrace{(ax+b)(cx+d)}^{adx} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{bcx} \end{array} = acx^2 + (ad+bc)x + bd \quad \text{を用いる。}$$

[例] $(2x+1)(3x-5) = 6x^2 + (-10+3)x - 5 = 6x^2 - 7x - 5$

【7】乗法公式を用いて、次の式を展開しなさい。

① $(x+3)(2x+1)$

② $(2a+1)(a+5)$

③ $(3a-1)(5a-2)$

④ $(2x-7)(3x-2)$

⑤ $(3x+5)(2x-3)$

⑥ $(5x+2)(x-6)$

⑦ $\left(\frac{1}{2}x+6\right)\left(\frac{1}{3}x-4\right)$

⑧ $(3ab+1)(2ab-1)$

【8】乗法公式を用いて、次の式を展開しなさい。

① $(a+2b)(3a-b)$

② $(x+2y)(x+3y)$

③ $(a-4b)(a+9b)$

④ $(2x-y)(x+3y)$

⑤ $(2a-b)(a+2b)$

⑥ $(4x+y)(2x-3y)$

⑦ $(x-6y)(5x-y)$

⑧ $(3x+5y)(2x-3y)$

乗法公式

乗法公式 [和の平方・差の平方]

$$\boxed{\text{和の平方 } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

$$\boxed{\text{差の平方 } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

[例] $(3x+2y)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2y + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$

【9】乗法公式を用いて、次の式を展開しなさい。

① $(x+3)^2$

② $(a+2)^2$

③ $(2x+3)^2$

④ $(3a+2)^2$

⑤ $(x+3y)^2$

⑥ $(x+4y)^2$

⑦ $(2x+3y)^2$

⑧ $(3x+5y)^2$

【10】乗法公式を用いて、次の式を展開しなさい。

① $(a-5)^2$

② $(x-7)^2$

③ $(3x-2)^2$

④ $(4a-3)^2$

⑤ $(x-4y)^2$

⑥ $(a-3b)^2$

⑦ $(2x-3y)^2$

⑧ $(3a-5b)^2$

乗法公式

乗法公式 [和と差の積]

乗法公式[和と差の積] $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を用いる。

[例] $(3x+4y)(3x-4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$

【11】乗法公式を用いて、次の式を展開しなさい。

① $(x+1)(x-1)$

② $(x-3)(x+3)$

③ $(a-5)(a+5)$

④ $(3x+5)(3x-5)$

⑤ $(2a+1)(2a-1)$

⑥ $(5x+8)(5x-8)$

⑦ $(xy+1)(xy-1)$

⑧ $(ab+3)(ab-3)$

【12】乗法公式を用いて、次の式を展開しなさい。

① $(a+2b)(a-2b)$

② $(x-3y)(x+3y)$

③ $(2a-3b)(2a+3b)$

④ $(5x-6y)(5x+6y)$

⑤ $\left(a + \frac{1}{3}b\right)\left(a - \frac{1}{3}b\right)$

⑥ $\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)$

乗法公式

【13】 次の式を展開しなさい。

① $3xy(x-2y)$

② $8xy(5x-9y+1)$

③ $(x+y)(a-b)$

④ $(m-n)(x-y)$

⑤ $(x+6)(x-2)$

⑥ $(x-3y)(x-8y)$

⑦ $(3x+1)(x-5)$

⑧ $(3x+2)(4x-1)$

⑨ $(x+5)^2$

⑩ $(x-7)^2$

⑪ $(a+3b)^2$

⑫ $(3a-2b)^2$

⑬ $(a-7)(a+7)$

⑭ $(3x+y)(3x-y)$

⑮ $\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

⑯ $\left(\frac{1}{3}x+2\right)\left(\frac{1}{3}x-5\right)$

⑰ $\left(\frac{3}{4}x-\frac{2}{3}\right)^2$

⑱ $\left(4x+\frac{1}{3}y\right)\left(5x-\frac{2}{3}y\right)$

乗法公式

展開のくふう [共通部分を置き換える]

[例] $(x-y+5)(x-y-3)$ をくふうして展開しなさい。

(解) ()の中の共通部分 $x-y$ を $x-y=X$ とすると

$$\begin{aligned}(x-y+5)(x-y-3) &= (X+5)(X-3) = X^2 + 2X - 15 \\ &= (x-y)^2 + 2(x-y) - 15 \\ &= x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 15\end{aligned}$$

【1】 次の式を展開しなさい。

① $(x+y+1)(x+y-2)$

② $(a-b+1)(a-b-4)$

③ $(x-3y+1)(x-3y-5)$

④ $(x+2y+3)(x+2y-3)$

⑤ $(x+2y+1)(x+2y-1)$

⑥ $(a+2b-3)(a+2b+1)$

※⑦ $(a-3b+1)(a+3b+1)$

※⑧ $(x+y-1)(x-y+1)$

乗法公式

〔例〕 $(x-2y+3)^2$ をくふうして展開しなさい。

$$\begin{aligned} \text{(解)} \quad x-2y=X \text{ とすると } (x-2y+3)^2 &= (X+3)^2 = X^2 + 6X + 9 \\ &= (x-2y)^2 + 6(x-2y) + 9 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 + 6x - 12y + 9 \end{aligned}$$

【2】 次の式を展開しなさい。

① $(x+2y-1)^2$

② $(2x+y-1)^2$

③ $(a+2b-3)^2$

④ $(2x-3y+1)^2$

〔発展〕 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ をくふうして展開しなさい。

$$\begin{aligned} \text{(解)} \quad \{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\} &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6) \\ \text{ここで } x^2+5x=X \text{ とすると} &= (X+4)(X+6) = X^2+10X+24 \\ &= (x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24 \\ &= x^4+10x^3+35x^2+50x+24 \end{aligned}$$

【3】 次の式を展開しなさい。

① $(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)$

② $(a+1)(a-2)(a-3)(a-6)$

乗法公式

〔例〕 $(x-3)^2 - (x+5)(x-2)$ を計算しなさい。 ()の前が「-」ときは注意する

$$\begin{aligned} \text{(解)} \quad (x-3)^2 - (x+5)(x-2) &= (x^2 - 6x + 9) - (x^2 + 3x - 10) \\ &= x^2 - 6x + 9 - x^2 - 3x + 10 \\ &= -9x + 19 \end{aligned}$$

【4】 次の計算をしなさい。

① $2(a+2) + (a+5)(a-3)$

② $3x(4x+5) - 2x(5x-3)$

③ $(x-8)(x+9) + (x-6)^2$

④ $(a-2)(a+2) + (2a+1)^2$

⑤ $(x-3)^2 + (x+3)^2$

⑥ $(2x-3)^2 - (x+5)^2$

⑦ $(a+5)^2 + (a-8)(a+3)$

⑧ $(3x+1)(3x-4) - (2x-5)^2$

⑨ $3(x-2)^2 - (x-4)(x-2)$

⑩ $4(x-5)^2 - (2x-1)^2$

乗法公式

〔例〕 $(2x-3y)^2 - (x+2y)(x-3y)$ を計算しなさい。 ()の前が「-」ときは注意する

$$\begin{aligned} \text{(解)} \quad (2x-3y)^2 - (x+2y)(x-3y) &= (4x^2 - 12xy + 9y^2) - (x^2 - xy - 6y^2) \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - x^2 + xy + 6y^2 \\ &= 3x^2 - 11xy + 15y^2 \end{aligned}$$

【5】 次の式を展開しなさい。

① $3a(5a+b) - 6a(a-3b)$

② $(x-4y)^2 - 8y(2y-x)$

③ $(x-2y)^2 + (x+y)(x-y)$

④ $(x-3y)^2 - (x+y)(x-y)$

⑤ $(a-3b)(a-b) - (a-2b)^2$

⑥ $(a-3b)(a+3b) - (a+2b)^2$

⑦ $(2x+y)(x-y) - (x+2y)^2$

⑧ $(6x+7y)^2 - 4(3x+5y)(3x-5y)$

⑨ $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$

⑩ $(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)$