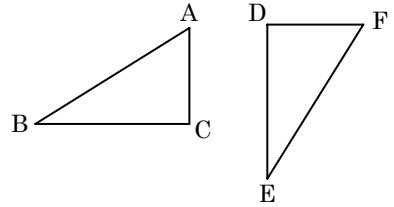


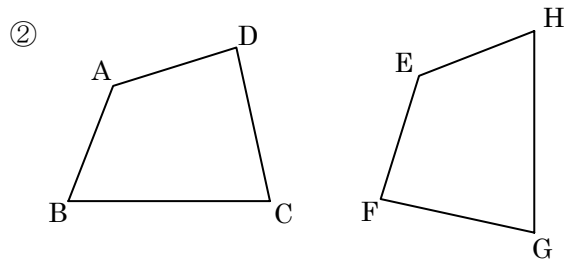
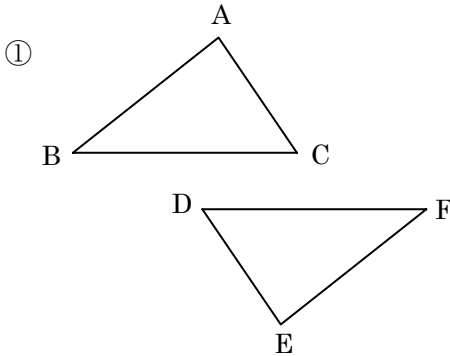
三角形の合同

合同な図形

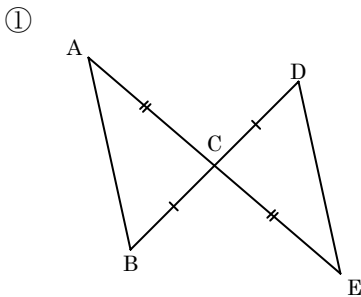
- ① 形や大きさが同じで、ちょうど重なり合う図形を合同であるといい、 $\triangle ABC \equiv \triangle FED$ のように表す。このとき、対応する頂点の順序に注意する。
- ② 合同である図形では、対応する線分の長さや角の大きさは等しい。



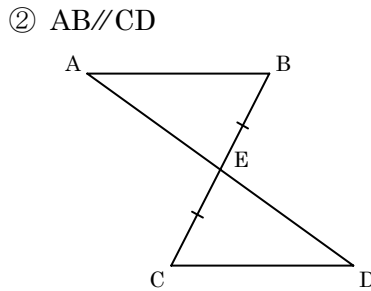
【1】 次の図で、2つの図形がそれぞれ合同であることを記号 \equiv を用いて表しなさい。



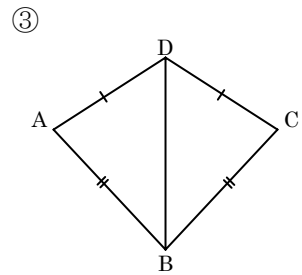
【2】 次の図形で、同じ記号の辺は等しいことを表しています。対応する頂点に注意して、合同な三角形をそれぞれ記号 \equiv を用いて表しなさい。



$\triangle ABC \equiv \triangle$ _____



$\triangle ABE \equiv \triangle$ _____



$\triangle ABD \equiv \triangle$ _____

【3】 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ であるとき、次の問いに答えなさい。

- ① 辺 AC と等しい辺を答えなさい。 ② $\angle E$ と等しい角を答えなさい。
- ③ $\angle A = 40^\circ$ 、 $\angle E = 65^\circ$ のとき、 $\angle C$ は何度ですか。
- ④ $AB = 3\text{cm}$ 、 $BC = 4\text{cm}$ 、 $DF = 5\text{cm}$ であるとき、 $\triangle DEF$ の周囲の長さは何 cm ですか。

三角形の合同

三角形の合同条件

2つの三角形について、次の条件が成り立つとき、2つの三角形は合同である。

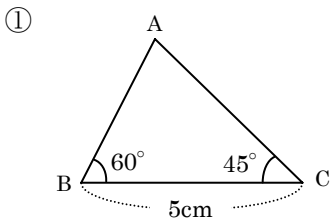
- (1) _____ がそれぞれ等しい。
- (2) _____ とその間の _____ がそれぞれ等しい。
- (3) _____ とその両端の _____ がそれぞれ等しい。

前のページの【2】は、それぞれ上のどの合同条件を満たしているといえますか。

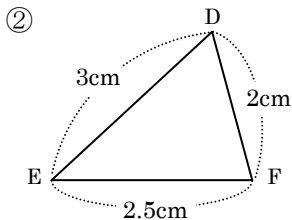
- 【2】 ① ② ③

※ 三角形の「1組の辺と対応する2角の大きさがそれぞれ等しい」とき、三角形の内角の和が180度であることから、上の③を導くことができるため合同といえる。

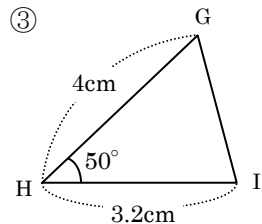
【4】 次の①～③とそれぞれ合同な三角形を下の図から1つずつ見つけ、それぞれ記号≡を用いて表しなさい。また、そのときの合同条件も答えなさい。



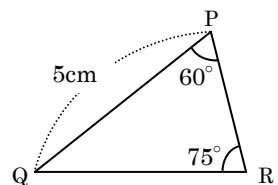
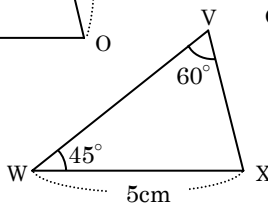
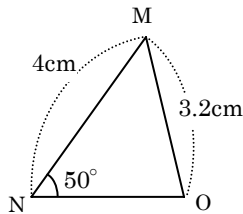
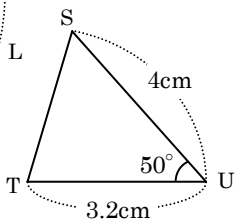
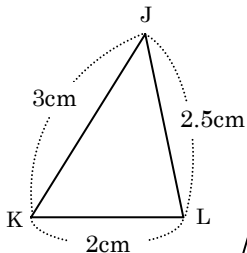
$\triangle ABC \equiv \triangle$ _____



$\triangle DEF \equiv \triangle$ _____

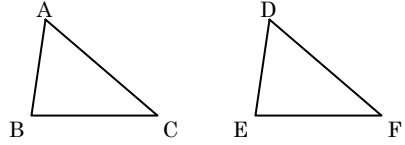


$\triangle GHI \equiv \triangle$ _____



三角形の合同

【例】 次のうち $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ といえるものはどれですか。必ずしも合同とはいえない場合は、その具体例を示しなさい。



- ① $AB = DE, BC = EF, CA = FD$
- ② $AB = DE, \angle A = \angle D, \angle B = \angle E$
- ③ $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$
- ④ $BC = EF, CA = FD, \angle C = \angle F$
- ⑤ $AB = DE, BC = EF, \angle C = \angle F$
- ⑥ $AB = DE, \angle A = \angle D, \angle C = \angle F$

合同であるもの _____

【5】 次のような $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ がある。さらにどの辺や角が等しければ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ であるといえますか。考えられる場合をすべて答えなさい。また、そのときの合同条件も答えなさい。

①

_____ = _____

(_____)

_____ = _____

(_____)

②

_____ = _____

(_____)

_____ = _____

(_____)

_____ = _____

(_____)

【6】 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であるためには、次の条件に何を加えればいいですか。_____ には辺を には角をそれぞれ答えなさい。

- ① $AB = DE, AC = DF, \text{ ______ } = \text{ ______ }$ ② $AB = DE, BC = EF, \angle \text{ ______ } = \angle \text{ ______ }$
- ③ $BC = EF, \angle B = \angle E, \text{ ______ } = \text{ ______ }$ ④ $AC = DF, \angle A = \angle D, \angle \text{ ______ } = \angle \text{ ______ }$

三角形の合同

仮定と結論

「 A ならば、 B である。」の A の部分を変定、 B の部分を変結論という。

また、仮定から、筋道を立てて結論を導きだすことを証明という。

【1】 次のことからの仮定と結論を答えなさい。

- ① $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば $AB=DE$ である。

仮定 _____ 結論 _____

- ② 図形 A と B が合同ならば、 A と B は面積が等しい。

仮定 _____ 結論 _____

- ③ A が 6 の倍数ならば、 A は偶数である。

仮定 _____ 結論 _____

- ④ A が 6 の約数ならば、 A は 12 の約数である。

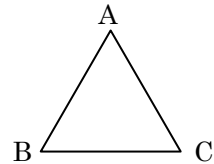
仮定 _____ 結論 _____

【2】 次のことからの仮定と結論を、記号を用いた式で表しなさい。

- ① 3つの辺の長さが等しい三角形(正三角形) ABC の3つの内角は等しい。

仮定 _____

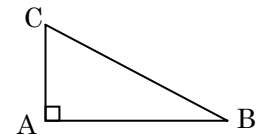
結論 _____



- ② 直角三角形 ABC で $\angle A=90^\circ$ ならば、他の内角 B と C の和は 90° である。

仮定 _____

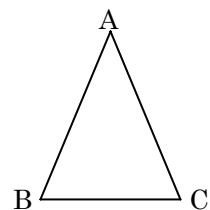
結論 _____



- ③ 辺 AB と AC が等しいとき、 $\angle B$ と $\angle C$ と大きさは等しい。

仮定 _____

結論 _____



三角形の合同

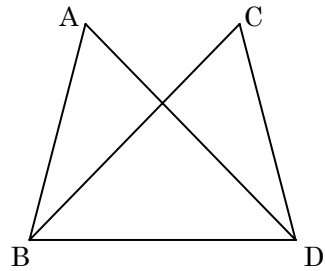
三角形が合同であることを証明する

【例題】 右の図で $AB = CD$ 、 $\angle ABD = \angle CDB$ である。このとき $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ であることを、証明しなさい。

〔仮定〕

〔結論〕

〔証明〕



※ 定期考査では仮定や結論を問われる場合もあるが、新教育では証明のみを取り扱います

【1】 右の図で $AB = DB$ 、 $AC = DC$ である。このとき $\triangle ABC \equiv \triangle DBC$ であることを、次のように証明した。下線部に語句や記号を書き入れ、証明を完成させなさい。

〔証明〕 $\triangle ABC$ と \triangle _____ において

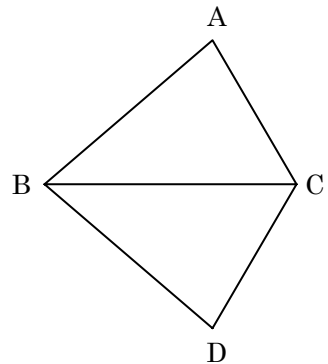
仮定より $AB =$ _____ ……①

$AC =$ _____ ……②

また、_____ は共通 ……③

①、②、③より _____ が、それぞれ等しいので

$\triangle ABC \equiv \triangle$ _____



【2】 右の図で $AE = DE$ 、 $BE = CE$ である。このとき $\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ であることを、次のように証明した。下線部に語句や記号を書き入れ、証明を完成させなさい。

〔証明〕 $\triangle ABE$ と \triangle _____ において

仮定より $AE =$ _____ ……①

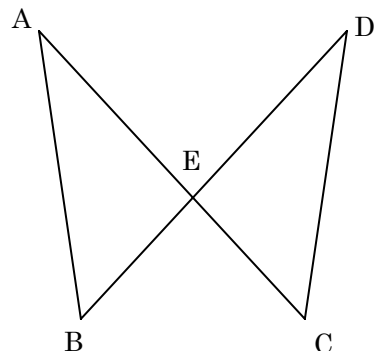
$BE =$ _____ ……②

また、対頂角は等しいので

$\angle AEB = \angle$ _____ ……③

①、②、③より _____ が、

それぞれ等しいので $\triangle ABE \equiv \triangle$ _____



三角形の合同

【3】右の図で $AB=CD$ 、 $AB\parallel CD$ である。このとき $\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ であることを、次のように証明した。下線部に語句や記号を書き入れ、証明を完成させなさい。

〔証明〕 $\triangle ABE$ と \triangle _____ において

仮定より $AB =$ _____ ……①

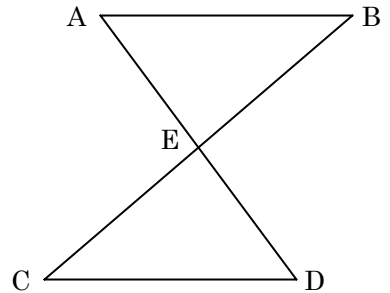
また、 $AB\parallel CD$ より _____ は等しいので

$\angle BAE = \angle$ _____ ……②

$\angle ABE = \angle$ _____ ……③

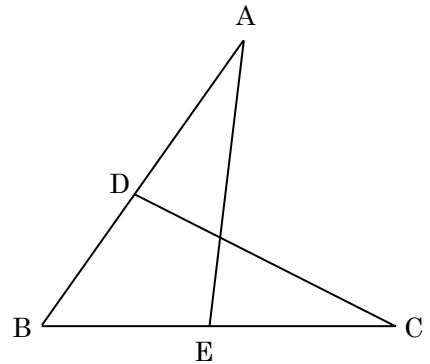
①、②、③より _____ が、

それぞれ等しいので $\triangle ABE \equiv \triangle$ _____



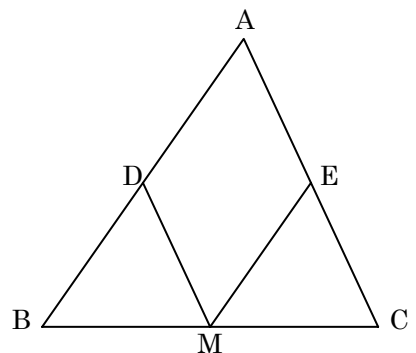
【4】右の図で $AB=CB$ 、 $BE=BD$ である。このとき $\triangle ABE \equiv \triangle CBD$ であることを、証明しなさい。

〔証明〕



【5】右の図のように $\triangle ABC$ の辺 BC の中点を M とし、 M を通り AC に平行な直線と AB との交点を D 、 M を通り AB に平行な直線と AC との交点を E とする。このとき $\triangle DBM \equiv \triangle EMC$ であることを、証明しなさい。

〔証明〕



三角形の合同

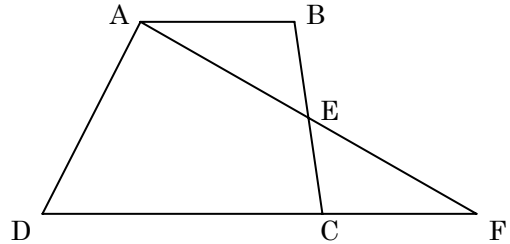
辺や角が等しいことを証明する

【例】 右の図のように台形 ABCD があり、辺 BC の中点を E とする。A、E を通る直線と辺 DC の延長との交点を F とするとき、 $AB=FC$ であることを証明しなさい。

〔仮定〕

〔結論〕

〔証明〕



【1】 右の図で $AB = CD$ 、 $AD = CB$ である。このとき $\angle ABD = \angle CDB$ であることを、証明しなさい。

〔証明〕 $\triangle ABD$ と \triangle _____ において

仮定より $AB =$ _____ ……①

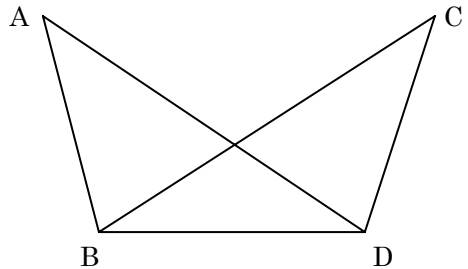
$AD =$ _____ ……②

また、_____ は共通 ……③

①、②、③より _____ が、

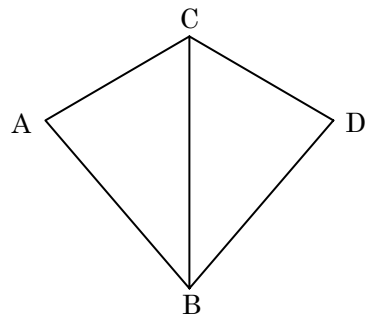
それぞれ等しいので $\triangle ABD \equiv \triangle$ _____

合同な図形の対応する角は等しいので \angle _____ $= \angle$ _____ である。



【2】 右の図で $AB = DB$ 、 $AC = DC$ である。このとき $\angle ABC = \angle DBC$ であることを、証明しなさい。

〔証明〕



三角形の合同

【3】 右の図で $m \parallel n$ である直線 m, n 上に、それぞれ点 A, B をとり、線分 AB の中点を C とし、点を通る直線と直線 m, n との交点を D, E とする。このとき $AD = BE$ であることを、証明しなさい。

〔証明〕 $\triangle ACD$ と \triangle _____ において
 仮定より $AC =$ _____ ……①

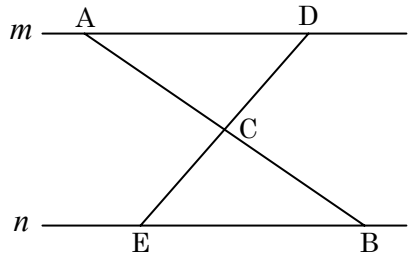
また、_____ は等しいので
 $\angle ACD = \angle$ _____ ……②

また、 $m \parallel n$ より _____ は等しいので
 $\angle DAC = \angle$ _____ ……③

①、②、③より _____ が、それぞれ等しいので

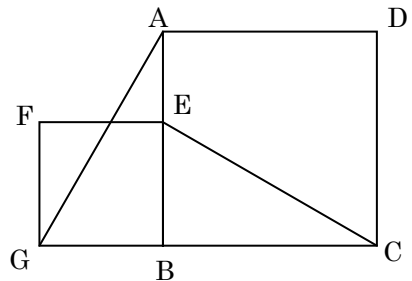
$\triangle ACD \equiv \triangle$ _____

合同な図形の対応する辺は等しいので _____ = _____ である。



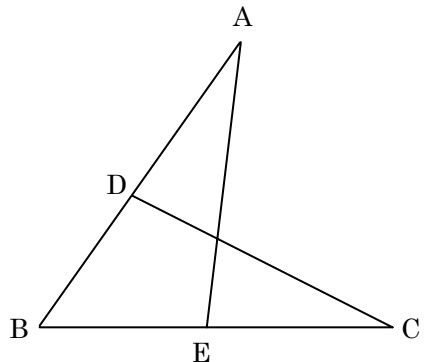
【4】 下の図のように正方形 $ABCD$ の辺 AB 上に点 E をとり、 BE を1辺とする正方形 $BEFG$ をつくった。頂点 A と G 、頂点 C と E を結ぶと、 $AG = CE$ であることを証明しなさい。

〔証明〕



【5】 右の図で $AB = CB$ 、 $\angle BAE = \angle BCD$ である。このとき $AE = CD$ であることを、証明しなさい。

〔証明〕



三角形の合同

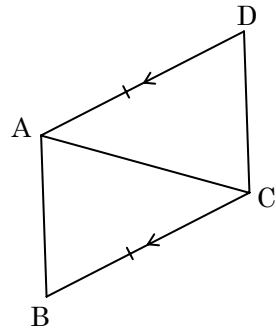
平行であることを証明する

【例】 右の図で、 $AD=BC$ 、 $AD\parallel BC$ のとき、 $AB\parallel DC$ であることを証明しなさい。

〔仮定〕

〔結論〕

〔証明〕



【1】 右の図で点 E が、線分 AB、CD の中点であれば、 $AC\parallel DE$ であることを、証明しなさい。

〔証明〕 $\triangle AED$ と \triangle _____ において

仮定より $AE =$ _____ ……①

$CE =$ _____ ……②

また、_____ は等しいので

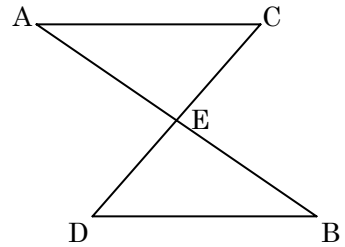
$\angle AEC = \angle$ _____ ……③

①、②、③より _____ がそれぞれ等しいので

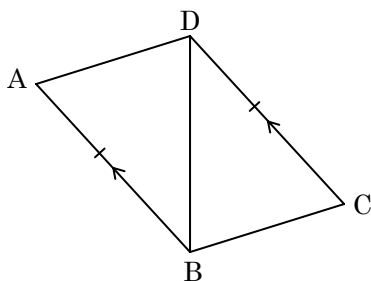
$\triangle AEC \equiv \triangle$ _____

合同な図形の対応する角は等しいので $\angle EAC = \angle$ _____

錯角が等しいので $AC\parallel DE$ である。



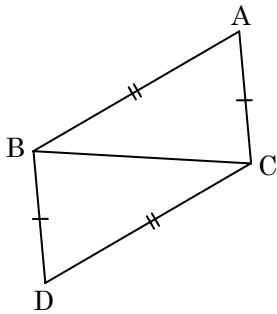
【2】 下の図で、 $AB=CD$ 、 $AB\parallel CD$ のとき、 $AD\parallel BC$ であることを証明しなさい。



〔証明〕

三角形の合同

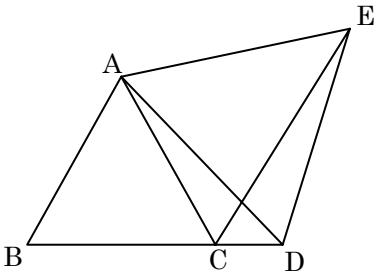
【3】下の図で $AB=DC$ 、 $AC=DB$ である。このとき $AC \parallel DB$ であることを、証明しなさい。



〔証明〕

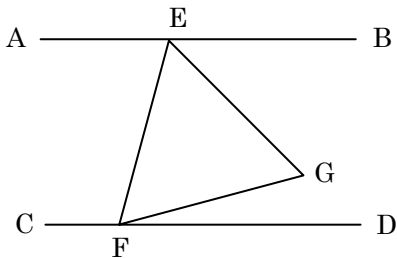
【5】下の図のように、正三角形 ABC 、の辺 BC の延長上に点 D をとり、 AD を 1 辺とする正三角形 ADE をつくる。このとき $AB \parallel EC$ であることを、証明しなさい。

〔証明〕



【5】下の図で、 $AB \parallel CD$ 、 $\triangle EFG$ は正三角形である。このとき、 $\angle AEF - \angle DFG = 60^\circ$ であることを証明しなさい。

〔証明〕

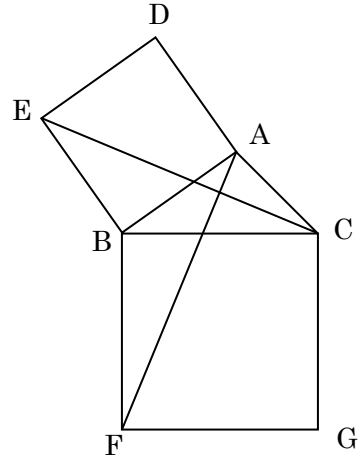


三角形の合同

角の表し方をくふうする証明

【例題】 下の図のような $\triangle ABC$ の辺 AB 、辺 BC を1辺と正方形 $ABED$ 、正方形 $BCGF$ を書いたものである。 A と F 、 C と E を結ぶとき、 $AF=EC$ であることを証明しなさい。

〔証明〕



【1】 下の図のような $\triangle ABC$ の外側に、それぞれ AB 、 AC を1辺とする正三角形 ABD 、正三角形 ACE を書いたものである。 D と C 、 B と E を結ぶとき、 $DC=BE$ であることを証明しなさい。

〔証明〕

$\triangle ADC$ と \triangle _____ において

正三角形の1辺だから $AD =$ _____ ……①

$AC =$ _____ ……②

また、 $\angle DAC = \angle$ _____ $+$ \angle _____

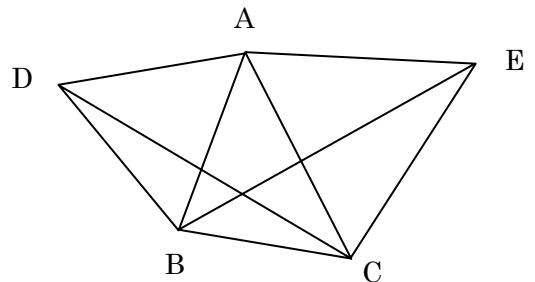
$\angle BAE = \angle$ _____ $+$ \angle _____

$\angle BAD = \angle CAE = 60^\circ$ よって

$\angle DAC = \angle$ _____ ……③

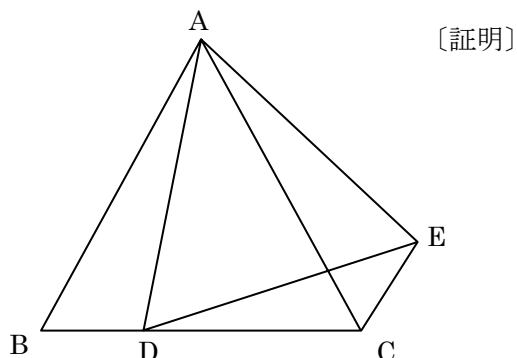
①、②、③より _____ ので

$\triangle ADC \cong \triangle$ _____ $\therefore DC = BE$

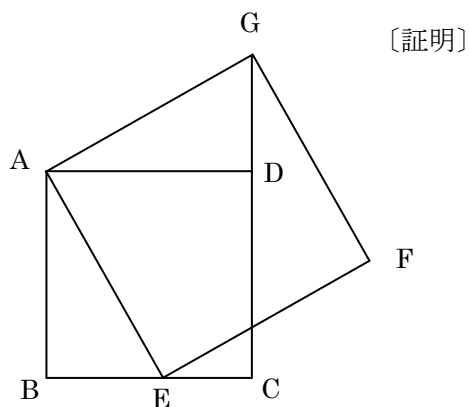


三角形の合同

- 【2】正三角形 ABC の辺 BC 上に D をとり、 AD を1辺とする正三角形 ADE を書き、頂点 C 、 E を結ぶ。このとき、 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ を証明しなさい。



- 【3】下の図のように正方形 $ABCD$ の辺 BC 上に点 E をとり、 AE を1辺とする正方形 $AEFG$ をつくった。頂点 D 、 G を結ぶと、 $BE = DG$ であることを証明しなさい。



- 【4】下の図のように1つの頂点 A が重なる正三角形 ABC と正三角形 ADE がある。頂点 B と D 、頂点 C と E を結ぶと、 $BD = CE$ であることを証明しなさい。

