１次関数の式を求める

（1）「傾き」と1つの座標が与えられている場合

【例題】傾きが$\dfrac{2}{3}$で、(6,−2)を通る直線の式を求めなさい。

解法：傾き$\dfrac{2}{3}$が与えられているので、まず$y=ax+b$に $a=\dfrac{2}{3}$ を代入すると

$$y=\frac{2}{3}x+b$$

次に、式のx, yに座標(6,−2)を代入し、bを求める。

$$-2=\frac{2}{3}\times 6+b$$

$$-2=4+b$$

$$b=-6$$

従って$y=\dfrac{2}{3}x-6$

【1】次の条件を満たす直線（1次関数）の式を求めなさい。

① グラフの傾きが-2で、$x=3$のとき$y=8$である直線。

② 変化の割合が3で、$x=-2$のとき$y=3$である直線。

③ グラフの傾きが$\dfrac{1}{4}$で、$x=12$のとき$y=2$である直線。

④ 変化の割合が$-\dfrac{2}{3}$で、$(3, 4)$を通る直線。

１次関数の式を求める

（2）「x の増加量および y の増加量」と1つの座標が与えられている場合

【例題】 x が 2 増加するとき、y は 3 増加し、$(4,1)$ を通る直線の式を求めなさい。

解法: x の増加量と y の増加量から、変化の割合　a を求め、次に座標を代入する。

$$変化の割合=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{3}{2}$$ である。これを用いて

$y=\frac{3}{2}x+b$　と表す。ここに $(4,1)$ を代入すると

$1=\frac{3}{2}\times 4+b$　　　$b=-5$

$1=6+b$　　　従って $y=\frac{3}{2}x-5$ である。

【2】次の条件を満たす直線（1次関数）の式を求めなさい。

① x の値が 2 増加すると、y の値が 4 増加し、$x=-2$ のとき $y=1$ である直線。

② x の値が 3 増加すると、y の値が 2 増加し、$(3,4)$ を通る直線。

③ x の値が 4 増加すると、y の値が 2 減少し、$x=4$ のとき $y=-6$ である直線。

④ x の値が 3 増加すると、y の値が -5 増加し、$(-3,6)$ を通る直線。

1次関数の式を求める

(3)「切片」と1つの座標が与えられている場合

【例題】$(5, -1)$を通り、切片が2である直線の式を求めなさい。

解法:切片2が与えられているので、まず$y = ax + b$に　$b = 2$　を代入する。

$y = ax + 2$

次に、式のx, yに座標$(5, -1)$を代入し、aを求める。

$-1 = 5a + 2$　　　　$a = -\frac{3}{5}$

$-3 = 5a$　　　　従って$y = -\frac{3}{5}x + 2$である。

【3】次の条件を満たす直線(1次関数)の式を求めなさい。

① 点$(-2, 3)$を通り、切片が-1である直線。

② 点$(2, 5)$を通り、切片が3である直線。

③ 切片が-2で、点$(4, 0)$を通る直線。

④ 切片が-3で、点$(-2, -2)$を通る直線。

⑤ 点$(-5, -2)$を通り、切片が3である直線。

１次関数の式を求める

（4） 2点を通る直線の式を求める

【例題】2点 $(-2\,,3)$ と $(1\,,-3)$ を通る直線の式を求めなさい。

解法 ① $y=ax+b$ に座標を代入し、連立方程式を解く。

$$\begin{array}{rl} & 3=-2a+b \\ -) & -3=a+b \\ \hline & 6=-3a \\ & a=-2 \end{array}$$

加減法で b がすぐ消去できる。

また、$-3=-2+b$

$-3+2=b$

$b=-1$

従って $y=-2x-1$

【4】次の条件を満たす直線（1次関数）の式を求めなさい。

① 2点 $(2\,,8)$, $(5\,,11)$ を通る直線。

② 2点 $(-2\,,10)$ と $(1\,,1)$ を通る直線。

③ 2点 $(1\,,1)$ と $(3\,,-7)$ を通る直線。

④ $x=-4$ のとき $y=-1$ で、$x=8$ のとき $y=-10$ である直線。

１次関数の式を求める

（5） 他の直線と平行である場合など

① 2 直線が平行であるとき→傾きが等しい。$a=c$
② 2 直線が y 軸上で交わるとき→切片が等しい。
③ 2 直線が垂直に交わるとき→傾きの積が-1 になる。$a\times c=-1$

【例題】 $y=-2x-5$ と平行で、(1 , 0)を通る直線の式を求めなさい。

解法: 平行なグラフは傾きが等しいので、まず $y=ax+b$ に $a=-2$ を代入する。

$y=-2x+b$

次に、式の x, y に座標(1 , 0)を代入し、b を求める。

$0=-2\times1+b$

$b=2$　　　　従って $y=-2x+2$

【5】次の条件を満たす直線（1次関数）の式を求めなさい。

① 直線 $y=3x-1$ に平行で、点 $(-2,4)$ を通る直線。

② 点 $(2,3)$ を通り、直線 $y=2x+7$ に平行である直線。

③ 直線 $y=\dfrac{1}{3}x+1$ と y 軸上で交わり、点 $(-3,3)$ を通る直線。

④ 直線 $y=-\dfrac{3}{4}x-1$ に平行で、直線 $y=2x+3$ と y 軸上で交わる直線。

１次関数の式を求める

【6】次の条件を満たす直線（1次関数）の式を求めなさい。

① 変化の割合が5で、$x=3$のとき$y=8$である直線。

② 切片が-5で、点$(3,0)$を通る直線。

③ 点$(2,4)$を通り、傾きが-2である直線。

④ 直線$y=\frac{1}{4}x-1$に平行で、点$(-4,3)$を通る直線の式。

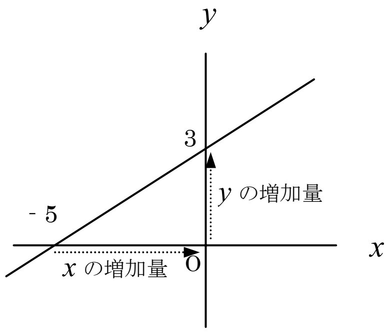
⑤ 2点$(-2,-3)$, $(6,3)$を通る直線。

⑥ 2点$(3,1)$と$(-3,7)$を通る直線。

１次関数の式を求める

グラフから式を求める〔１〕

【例】 x 軸と $(-5, 0)$ で、y 軸と $(0, 3)$ で交わる直線の式を求めなさい。



〔解①〕 y 軸との交点 3 は、切片を表しているので

$$y = ax + 3$$

ここに $(-5, 0)$ を代入して a を求めると

$0 = -5a + 3$ 　より　$a = \dfrac{3}{5}$ 　よって $y = \dfrac{3}{5}x + 3$

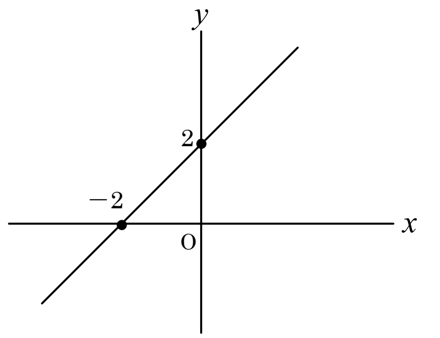
〔解②〕グラフの傾き a は $\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}$ で求められるので、左の図のように $a = \dfrac{3}{5}$

また、y 軸との交点 3 は、切片を表しているので

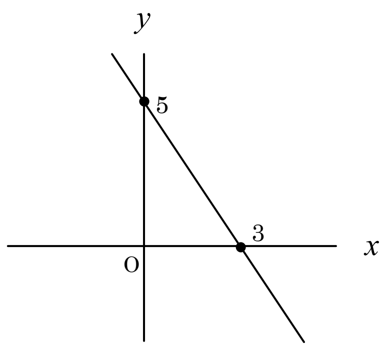
$$y = \frac{3}{5}x + 3$$

【１】次のグラフで表された直線の式を求めなさい。

① x 軸と $(-2, 0)$ で、y 軸と $(0, 2)$ で交わる直線。

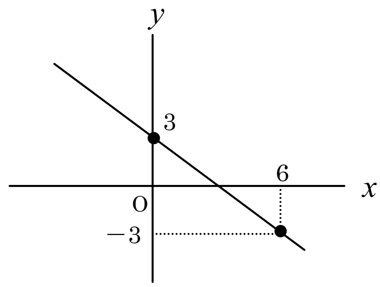


② x 軸と $(3, 0)$ で、y 軸と $(0, 5)$ で交わる直線。

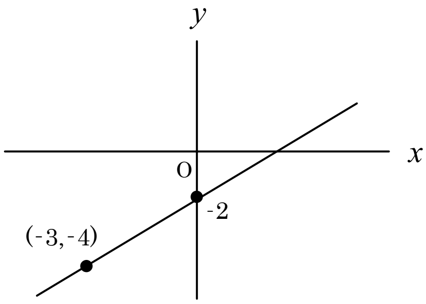


1次関数の式を求める

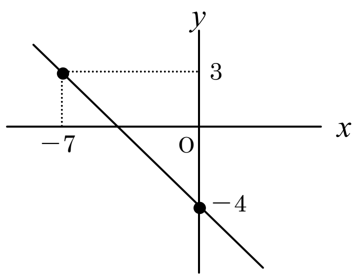
③ 点$(6, -3)$を通り、y軸と3で交わる直線。



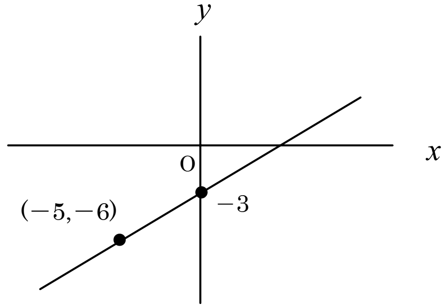
④ 点$(-3, -4)$を通り、y軸と-2で交わる直線。



⑤ 点$(-7, 3)$を通り、y軸と-4で交わる直線。



⑥ 点$(-5, -6)$を通り、y軸と-3で交わる直線。



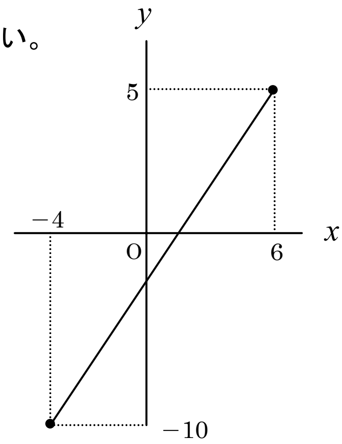
１次関数の式を求める

グラフから式を求める〔２〕

【例題】２点 $(-4, -10)$ と $(6, 5)$ を通る直線の式を求めなさい。

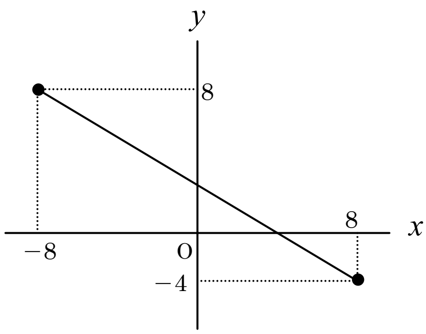
〔解〕ふつうは $y = ax + b$ に、2点の座標を代入し、a , b について の連立方程式を解く。

あるいは $\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}$ から、グラフの傾き a を求め、次にいずれか1点の座標だけを代入して切片を求める。

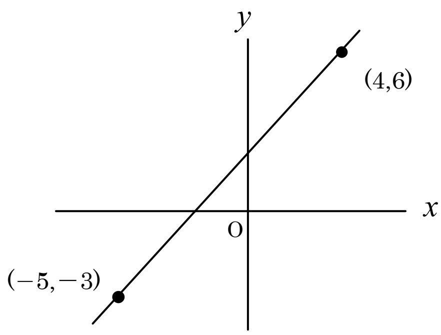


【２】次のグラフで表された直線の式を求めなさい。

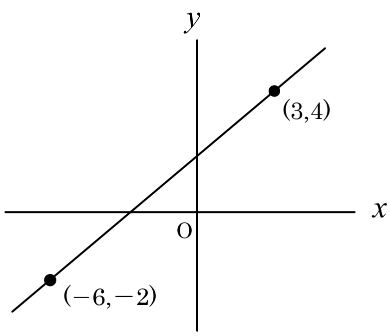
① 2点 $(-8, 8)$ と $(8, -4)$ を通る直線。



② 2点 $(-5, -3)$ と $(4, 6)$ を通る直線。



③ 2点 $(-6, -2)$ と $(3, 4)$ を通る直線。



1次関数の式を求める

【3】次の条件を満たす直線（1次関数）の式を求めなさい。

① 点$\left(5 , 10 \right)$を通り、傾きが$\dfrac{3}{5}$である直線。

② 切片が5で、点$\left(2 , -1 \right)$を通る直線。

③ 点$\left(-2 , 3 \right)$を通り、変化の割合が$\dfrac{3}{2}$である直線。

④ xの値が4増加すると、yの値が2減少し、$x=4$のとき$y=-1$である直線。

⑤ 直線$y=\dfrac{3}{5}x-1$に平行で、点$\left(-5 , 3 \right)$を通る直線。

⑥ 2点$\left(1 , 1 \right)$と$\left(3 , -7 \right)$を通る直線。