

文字式と証明

偶数や奇数の表し方

整数 m , n を用いて偶数や奇数を表す

① 偶数は _____, _____、奇数は、_____, _____ と表される。

連続する偶数や奇数は共通な文字を用いて表す

② 連続する偶数は、整数 n を用いて、 $2n$, _____, _____ と表される。

③ 連続する奇数は、整数 n を用いて、 $2n+1$, _____, _____ と表される。

また、ある整数 a の倍数であることを表すとき、 $a \times$ (多項式) の形に表す。

【1】連続する2つの奇数の和は4の倍数であることを証明しなさい。

連続する2つの奇数は、整数 n を用いて、それぞれ _____, _____ と表される。

したがって2数の和は _____ + _____ = _____ = 4 (_____)

ここで、 n は整数なので $n+1$ も整数。よって、 $4(n+1)$ は4の倍数である。

【2】2つの奇数の和は偶数となることを証明しなさい。

2つの奇数は、整数 m , n を用いて、それぞれ _____, _____ と表される。

したがって2数の和は _____ + _____ = _____
= 2 (_____)

m , n は整数なので _____ も整数。よって、_____ は偶数である。

【3】連続する3つの偶数の和は、6の倍数となることを証明しなさい。

連続する3つの偶数は、整数 n を用いて、それぞれ _____, _____, _____ と

表される。したがって3数の和は

ここで、 n は整数なので _____ も整数。よって、_____ は6の倍数である。

文字式と証明

整数の表し方

- ① 2けたや3けたの自然数は、各位の数を a 、 b 、 c とすると、2けたの自然数は _____、3けたの自然数は _____ と表される。
- ② 連続する2つの整数は、小さい方の整数を n とすると、大きい方の整数は _____ と表される。
- ③ 連続する3つの整数は、最小の整数を n とすると、 n 、_____, _____、あるいは、中央の整数を n として、_____, n , _____ と表される。
- ④ 差がわかっている2つの整数は、小さい方の整数を n とすると、例えば差が5であるとき、大きい方の整数は _____ と表される。

【4】連続する4つの整数の和は偶数であることを証明しなさい。

連続する4つの整数は、最小の整数を n とすると、

n 、_____, _____, _____ と表される。

したがって4数の和は

ここで、 n は整数なので _____ も整数。よって、_____ は偶数である。

【5】連続する3つの整数の和は、3の倍数となることを証明しなさい。

連続する3つの整数は、中央の整数を n とすると、

_____, n , _____ と表される。

したがって3数の和は

ここで、 n は整数なので、_____ は3の倍数である。

文字式と証明

【例】2けたの自然数から、その数の十の位の数と一の位の数の和を引くと9の倍数であることを証明しなさい。

十の位、一の位の数を、それぞれ a 、 b とすると、2けたの自然数は $10a + b$ と表される。

また、十の位と一の位の和は $a + b$ なので、 $(10a + b) - (a + b) = 10a + b - a - b = 9a$

よって、2けたの自然数からその数の十の位の数と一の位の数の和を引くと9の倍数である。

【1】2けたの自然数がある。この整数の十の位、一の位の数を入れかえてできる整数と、もとの整数の和は、11の倍数となることを証明しなさい。

もとの自然数の十の位の数を a 、一の位の数を b とすると、2けたの自然数は

_____、また十の位、一の位を入れかえた自然数は_____と表される。

したがって、2つの整数の和は

$$\begin{aligned} & (\text{_____}) + (\text{_____}) = \text{_____} \\ & = \text{_____} \\ & = 11(\text{_____}) \end{aligned}$$

a 、 b は整数なので _____ も整数である。よって _____ は11の倍数である。

【2】2けたの自然数がある。この整数の十の位、一の位の数を入れかえてできる整数と、もとの整数との差は、9の倍数となることを証明しなさい。

2けたの自然数の十の位の数を a 、一の位の数を b 、また、 $a > b$ であるとすると

もとの自然数は_____と表される。したがって、2つの整数の差は

$$\begin{aligned} & (\text{_____}) - (\text{_____}) = \text{_____} \\ & = \text{_____} \\ & = \text{_____}(\text{_____}) \end{aligned}$$

a 、 b は整数なので _____ も整数である。よって _____ は9の倍数である。

文字式と証明

- 【3】 2けたの自然数に、この数の十の位の数と一の位の数の和の2倍をたすと、3の倍数となることを証明しなさい。

十の位の数を a 、一の位の数を b とすると、2けたの自然数は _____ と表される。

また、十の位と一の位の和2倍は _____ と表されるので、

$$\begin{aligned} (\underline{\hspace{2cm}}) + (\underline{\hspace{2cm}}) &= \underline{\hspace{4cm}} \\ &= \underline{\hspace{4cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}) \end{aligned}$$

a, b は整数なので _____ も整数である。よって _____ は3の倍数である。

- 【4】 3けたの自然数がある。この整数の百の位、一の位の数を入れかえてできる整数と、もとの整数との差は、99の倍数となることを証明しなさい。

3けたの自然数の百の位の数を a 、十の位の数を b 、一の位の数を c 、

また、 $a > c$ であるとする。2つの整数の差は

- 【5】 3けたの自然数がある。この自然数の各位の数の和が、3の倍数であれば、もとの3けたの自然数も3の倍数であることを証明しなさい。

3けたの自然数の百の位の数を a 、十の位の数を b 、一の位の数を c 、

また、 $a + b + c = 3n$ 、(ただし n は整数) とすると

文字式と証明

カレンダーや数表

右の図はある月のカレンダーである。太線で囲まれた5つの数の和は中央の数の5倍になることを証明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

(解) 中央の数を x とすると、他の4数はそれぞれ

_____、_____、_____、_____と

表される。

従って5つの数の和は

$$(\quad) + (\quad) + x + (\quad) + (\quad) = \underline{\quad}$$

よって、中央の数の5倍となる。

【1】右の図はある月のカレンダーである。太線で囲まれたような一続きの3つの数の和は3の倍数になることを、中央の数を x として証明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

【2】右の図はある月のカレンダーである。このとき、太線で囲まれたような4つの数の和は4の倍数になることを最小の数を x として証明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

文字式と証明

【3】右の図はある月のカレンダーである。太線で囲まれたように4つの数を長方形で囲み、

日	月	火	水	木	金	土
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

それぞれの数を $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$ とする。このとき、

$a+d=b+c$ になることを、 a を用いて証明しなさい。

【4】右の図は自然数を6列に順序よく並べたものです。A~Fのそれぞれ列には、6で割ったときにあまりが等しくなる整数が並んでいると考えるとき、次の問いに答えなさい。

A	B	C	D	E	F
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	

① 6でわったときの商が m であるとするとき、C列の整数は m を用いたどんな式で表されますか。

② E列の整数を4倍するとB列の整数になることを文字式を使って証明しなさい。

【5】右の図のように自然数を A~F の6つの場所に並べていきます。このとき、次の問いに答えなさい。

① 自然数 100 は A~F のどのグループに入りますか。

② Aグループの自然数と、Cグループの自然数を加えると、Dグループの自然数になることを、文字式を用いて証明しなさい。

